# ஐ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ஐ
# Corrigé du sujet 24 – mai 2020

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale**

**EXERCICE 1** **5 points**

**Question 1**

Un vecteur directeur de la droite est $\binom{-5}{4}$, donc un vecteur normal est par exemple $\overrightarrow{n}\binom{4}{5}$.

**Question 2**

$\text{H}(3\,;\,4) \in (d) \iff 4\times 3+5\times 4-32=0$ qui est vraie.
De plus $\overrightarrow{\text{AH}}\binom{-4}{-5}$ est bien orthogonal au vecteur directeur de la droite d'équation $4x+5y-32=0$ , le vecteur $\overrightarrow{d}\binom{-5}{4}$.
Donc le vecteur $\overrightarrow{\text{AH}}\binom{-4}{-5}$ est un vecteur normal à la droite.

**Question 3**

$M(x\,;\,y) \in C(\text{A},\ R=2) \iff \text{A}M^2=2^2 \iff (x-(-1))^2+(y-3)^2=4 \iff (x+1)^2+(y-3)^2=4.$

**Question 4**

$y=3x^2-9x+5 \iff y=3\left(x^2-3x\right)+5=3\left[\left[\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]+5=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{27}{4}+5=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{4}.$
Cette forme canonique montre que le minimum de la courbe est atteint pour $x=\frac{3}{2}$, minimum valant $f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{7}{4}$.
Donc $\text{S}\left(\frac{3}{2}\,;\,-\frac{7}{4}\right)$ est le sommet de la parabole, l'axe de symétrie $\Delta$ ayant pour équation $x=\frac{3}{2}$.

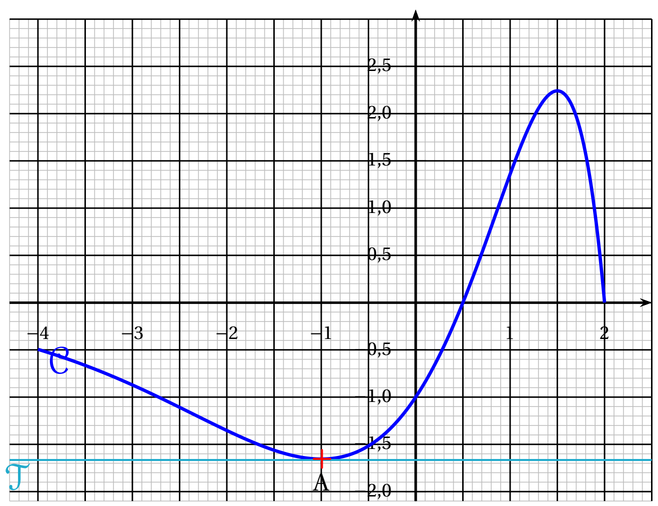
**Question 5**

Pour le trinôme $-3x^2+9x-5$, on a $\Delta=81-4\times(-3)\times(-5)=81-60=21>0$. Ce trinôme a deux racines :

$$x_1=\frac{-9+\sqrt{21}}{-6}\approx 0{,}74 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-9-\sqrt{21}}{-6}\approx 2{,}26.$$

Comme $a=-3<0$ on sait que le trinôme est négatif, sauf (ce que l'on cherche) sur l'intervalle $[x_1\,;\,x_2]$.

**EXERCICE 2** **5 points**




1. La tangente en A est horizontale, donc $f'(-1)=0$.
2. On lit sur le graphe que $f'(x)\leqslant 0$ sur $[-4\,;\,-1]$ et sur $[1{,}5\,;\,2]$.

On admet que la fonction $f$ est définie sur $[-4\,;\,2]$ par $f(x)=\left(-x^2+2{,}5x-1\right)\text{e}^x$.

3. $f$ est un produit de fonctions dérivables sur $[-4~;~2]$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = (-2x+2,5)\text{e}^x + (-x^2+2,5x-1)\text{e}^x = \text{e}^x\left(-2x+2,5-x^2+2,5x-1\right) =$
$(-x^2+0,5x+1,5)\text{e}^x$.

4. On sait que quel que soit le réel $x$, $\text{e}^x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui du trinôme $-x^2+0,5x+1,5$.
Or pour celui-ci : $\Delta = 0,5^2+4\times 1,5 = 0,265+\S = 6,25 = 2,5^2 > 0$.
Ce trinôme a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-0,5+2,5}{-2} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-0,5-2,5}{-2} = 1,5.$$

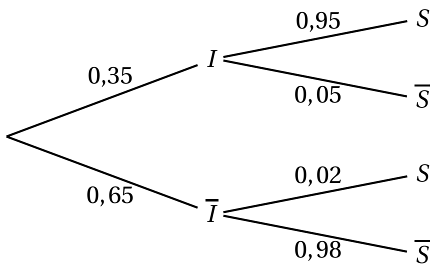
On sait que le trinôme est négatif sauf sur l'intervalle $[-1~;~1,5]$.
Donc :
- $f'(x) < 0$ sur $[-4~;~-1[$ et sur $[1,5;~2]$, donc la fonction $f$ est décroissante sur ces deux intervalles;
- $f'(x) > 0$ sur $[-1~;~1,5]$ , donc la fonction $f$ est croissante sur cet intervalle;
- $f'(-1) = 0 = f'(1,5)$, donc $f(-1)$ et $f(1,5)$ sont les deux extremums de $f$ sur $[-4~;~2]$.

5. D'après la question précédente on a donc le tableau de variations suivant :

| $x$ | $-4$ | | $-1$ | | $1,5$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f$ | $-27\text{e}^{-4}$ | $\searrow$ | $-4,5\text{e}^{-1}$ | $\nearrow$ | $0,5\text{e}^4$ | $\searrow$ | $0$ |

**EXERCICE 3** **5 points**

1.




2. On a $p\left(\overline{I}\cap S\right) = p\left(\overline{I}\right)\times p_{\overline{I}}(S) = 0,65\times 0,02 = 0{,}013$.

3. D'après la loi des probabilités totales :
$p(S) = p(I\cap S) + p\left(\overline{I}\cap S\right)$.
Or $p(I\cap S) = p(I)\times p_I(S) = 0,35\times 0,95 = 0{,}3325$.
Donc $p(S) = 0{,}3325 + 0{,}013 = 0{,}3455$.

4. On calcule $p_S(I) = \dfrac{p(S\cap I)}{p(S)} = \dfrac{p(I\cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}3325}{0{,}3455} \approx 0{,}9623$ soit 0,962 au millième près.

5. Le logiciel se trompe s'il ne bloque pas un courriel indésirable ou s'il bloque un courriel désirable.
Donc $p\left(I\cap\overline{S}\right) + p\left(\overline{I}\cap S\right) = 0,35\times 0,05 + 0,65\times 0,02 = 0{,}0175 + 0{,}013 = 0{,}0305$, soit un peu plus de 3 %. Donc le fournisseur ment.

**EXERCICE 4** **5 points**

1. • On a donc $f_1 = f_0 + 108 = 2\,500 + 108 = 2\,608$.

   • Augmenter de 3,8 %, c'est multiplier par $1 + \dfrac{3,8}{100} = 1 + 0,038 = 1,038$.

   Donc $c_1 = c_0 \times 1,038 = 2\,500 \times 1,038 = 2\,595$.

2. • On a pour tout naturel $n$, $f_{n+1} = f_n + 108$ : la suite $\left(f_n\right)$ est donc une suite arithmétique de raison 108 de premier terme $f_0 = 2\,500$.

   • On a pour tout naturel $n$, $c_{n+1} = c_n \times 1,038 = 2\,500 \times 1,038$ : la suite $(c_n)$ est donc une suite géométrique de raison 1,038 de premier terme $c_0 = 2\,500$.

3. • On sait que $f_n = 2\,500 + 108n$, que que soit $n \in \mathbb{N}$;

   • On sait que $c_n = 2\,500 \times 1,038^n$, que que soit $n \in \mathbb{N}$.

4. On admet que, selon ce modèle, au bout d'un certain nombre de mois le nombre potentiel de flacons commandés dépassera le nombre de flacons produits.

   Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-contre, écrit en Python, afin qu'après son exécution la variable $n$ contienne le nombre de mois à attendre après le mois de janvier 2020 pour que le nombre potentiel de flacons commandés dépasse le nombre de flacons produits.

```
n = 0
f = 2 500
c = 2 500
while f ⩾ c :
    n = ...
    f = f+108
    c =c∗1,038
```

5. Il faut comparer $F_{12} = f_0 + f_1 + \ldots + f_{11}$ et $C_{12} = c_0 + c_1 + \ldots + c_{11}$.

   $F_{12} = 2\,500 + 2\,500 + 108 + + \ldots + 2\,500 + 11 \times 108$ ou

   $F_{12} = 2\,500 + 11 \times 108 + 2\,500 + 10 \times 108 + \ldots + 2\,500$ et en sommant membre à membre :

   $2F_{12} = 12 \times (5\,000 + 11 \times 108)$, d'où $F_{12} = 6 \times (5\,000 + 11 \times 108) = 30\,000 + 7\,128 = 37\,128$.

   $C_{12} = 2\,500 + 2\,500 \times 1,038 + \ldots + 2\,500 \times 1,038^{11}$ (1) et

   $1,038C_{12} = 2\,500 \times 1,038 + 2\,500 \times 1,038^2 + \ldots + 2\,500 \times 1,038^{12}$ (2) et par différence (2) − (1) :

   $0,038C_{12} = 2\,500 \times 1,038^{12} - 2\,500$, d'où $C_{12}\dfrac{2\,500 \times 1,038^{12} - 2\,500}{0,038} \approx 37\,136$.

   À la fin de l'année le total de flacons produits sera inférieur au nombre de flacons commandés.