

❧ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ❧
Corrigé du sujet 26 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1

5 POINTS

Question 1

Pour tout réel x , $\frac{e^{2x}}{e^{x+1}} = e^{2x-x-1} = e^{x-1}$.

Question 2

Les points $M(x; y)$ communs aux deux courbes ont des abscisses qui vérifient :

$$15x^2 + 10x - 1 = 19x^2 - 22x + 10 \iff 0 = 4x^2 - 32x + 11.$$

Or pour cette équation du second degré : $\Delta = 32^2 - 4 \times 4 \times 11 = 1024 - 176 = 848 > 0$: le discriminant est supérieur à zéro, donc cette équation a deux solutions distinctes ; les deux courbes ont deux points communs.

Question 3

$$M(x; y) \in C(A, R = 5) \iff AM^2 = 5^2 \iff (x-3)^2 + (y-(-1))^2 = 25 \iff (x-3)^2 + (y+1)^2 = 25.$$

Question 4

Un vecteur directeur de (d) est par exemple $\vec{d} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, donc un vecteur normal est par exemple $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Question 5

On sait que $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Il faut donc trouver le plus petit naturel tel que $\frac{n(n+1)}{2} > 5000 \iff n(n+1) > 10000 \iff n^2 + n - 10000 > 0$.

Pour le trinôme $n^2 + n - 10000$, on a $\Delta = 1 + 40000 = 40001 > 0$.

Le trinôme a donc deux racines :

$$n_1 = \frac{-1 + \sqrt{40001}}{2} \approx 99,5 \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{-1 - \sqrt{40001}}{2} \approx -100,5.$$

On sait que le trinôme est négatif sur l'intervalle $[n_2; n_1]$ donc le plus entier pour lequel le trinôme est positif est 100.

EXERCICE 2

5 POINTS

$$f(x) = 8x^3 - 6x^2 - 2.$$

1. a.

$$f(x) = (x-1)(8x^2 + 2x + 2).$$

Développons $(x-1)(8x^2 + 2x + 2) = x^3 + 2x^2 + 2x - 8x^2 - 2x - 2 = x^3 - 6x^2 - 2 = f(x)$.
la factorisation est juste.

b. Un point de l'axe des abscisses a une ordonnée nulle, donc un point commun à cet axe et à \mathcal{C} , vérifie :

$$8x^3 - 6x^2 - 2 = 0 \iff (x-1)(8x^2 + 2x + 2) = 0 \iff \begin{cases} x-1 & = 0 \\ 8x^2 + 2x + 2 & = 0 \end{cases}$$

La première équation a pour solution $x = 1$, la seconde est une équation du second degré pour laquelle :

$$\Delta = 36 - 4 \times 8 \times 2 = 36 - 64 = -28 > : \text{cette équation n'a pas de solution réelle.}$$

Donc \mathcal{C} coupe l'axe des abscisses au seul point $(1; 0)$.

2. a. f fonction polynôme est dérivable sur \mathbb{R} et sur cet intervalle :

$$f'(x) = 24x^2 - 12x = 12x(2x - 1).$$

- b. Le trinôme $x(2x - 1)$ a deux racines : 0 et $\frac{1}{2}$.

Le coefficient $a = 24 > 0$, donc le trinôme est positif, sauf sur l'intervalle $\left]0; \frac{1}{2}\right]$. D'où

- Sur $] -\infty; 0[\cup \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$, la dérivée est positive donc la fonction est croissante;
- Sur $\left]0; \frac{1}{2}\right[$, la dérivée est négative donc la fonction est décroissante;
- $f(0) = -2$ est un maximum de f et $f\left(\frac{1}{2}\right) = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 1 - \frac{3}{2} - 2 = -\frac{5}{2}$ est un minimum de la fonction f .

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

3. Une équation de T est :

$$M(x; y) \in T \iff y - f\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right);$$

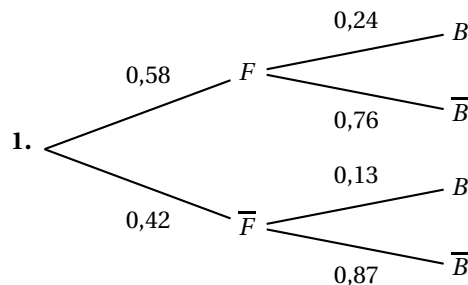
Avec $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$ et $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 12 \times \frac{1}{2}\left(2 \times \frac{1}{2} - 1\right) = 6 \times 0 = 0$, l'équation devient :

$$M(x; y) \in T \iff y + \frac{5}{2} = 0 \left(x - \frac{1}{2}\right) \iff y = -\frac{5}{2}$$

Comme $B\left(0; -\frac{5}{2}\right) \in T \iff -\frac{5}{2} = -\frac{5}{2}$ est vraie, on peut dire que le point B appartient à T .

EXERCICE 3

5 POINTS



2. On a $p(F \cap B) = p(F) \times p_F(B) = 0,58 \times 0,24 = 0,1392$.

3. D'après la loi des probabilités totales :

$$p(B) = p(B \cap F) + p(B \cap \bar{F}).$$

$$\text{Or } p(B \cap \bar{F}) = p(\bar{F} \cap B) = p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(B) = 0,42 \times 0,13 = 0,0546.$$

$$\text{Donc } p(B) = 0,1392 + 0,0546 = 0,1938.$$

4. a. $X = 65$ correspond à l'évènement $F \cap B$ de probabilité 0,1392 ;
 $X = 40$ correspond à l'évènement $F \cap \bar{B}$ de probabilité $0,58 - 0,1392 = 0,4408$;
 $X = 85$ correspond à l'évènement $\bar{F} \cap B$ de probabilité 0,0546 ;
 $X = 60$ correspond à l'évènement $\bar{F} \cap \bar{B}$ de probabilité $0,42 - 0,0546 = 0,3654$. D'où le tableau :

$X = x_i$	40	60	65	85
$p(X = x_i)$	0,4408	0,3654	0,1392	0,0546

- b. On a $E(X) = 40 \times 0,4408 + 60 \times 0,3654 + 65 \times 0,1392 + 85 \times 0,0546 = 53,245 \approx 53,25$ (€).
 Sur un grand nombre de clients, la dépense moyenne par client sera de 53,25 (€).

EXERCICE 4

5 POINTS

1. Diminuer de 1,5 %, c'est multiplier par $1 - \frac{1,5}{100} = 1 - 0,015 = 0,985$.

Donc $d_1 = 400 \times 0,985 = 394$ (kg).

Après une baisse de 1,5 % la moyenne de déchets sera en 2019 de 394 (kg).

2. a. D'une année sur l'autre on multiplie la quantité de déchets d'une année par 0,985.
On a donc pour tout naturel n , $d_{n+1} = 0,985d_n$, égalité qui montre que la suite (d_n) est une suite géométrique de raison 0,985 et de premier terme $d_0 = 400$.
- b. On sait que pour tout naturel n , $d_n = d_0 \times 0,985^n = 400 \times 0,985^n$.
3. a. On obtient une masse inférieure à 365 kg pour $n = 7$, soit en 2025.
- b.

```
def dechet(m) :  
    d = 0  
    n=0  
    while d > m :  
        d = d*0,985  
        n=n+1  
    return (2018+n)
```