↜ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ↝
série générale e3c Corrigé du n° 43 année 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

Question 1

Puisque $x > 2,5$, alors $-2x+5 \neq 0$, donc f est dérivable et sur $]2,5\,;\,+\infty[$,
$f'(x) = \dfrac{3(-2x+5)-(-2)(3x+1)}{(-2x+5)^2} = \dfrac{-6x+15+6x+2}{(-2x+5)^2} = \dfrac{17}{(-2x+5)^2}$.

Question 2

La courbe coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 1 et 3. L'écriture de $f(x)$ contient donc les facteurs $x-1$ (ou $1-x$) et $x-2$ (ou $2-x$).
D'autre part on doit avoir $f(2) = 2$: seule **b.** convient.

Question 3

Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0. En utilisant les points $(0\,;2)$ et $(2\,;4)$, on trouve que $f'(0) = \dfrac{4-2}{2-0} = \dfrac{2}{2} = 1$.

Question 4

Une équation réduite de la droite (GH) est : $y = ax+b$.
On a : $\left\{\begin{array}{lll} \text{G} & \in & \text{(GH)} \\ \text{H} & \in & \text{(GH)} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lll} -2 & = & a+b \\ 4 & = & 6a+b \end{array}\right. \Rightarrow 6 = 5a \iff a = \frac{6}{5}$.
On en déduit que $b = -2 - \frac{6}{5} = -\frac{16}{5}$.
Une équation de la droite (GH) est $y = \frac{6}{5}x - \frac{16}{5}$.
On a $\text{D}(-14\,;\,-20) \in \text{(GH)} \iff -20 = \frac{6}{5} \times (-14) - \frac{16}{5}$ qui est vraie..

Question 5

De la relation $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ on en déduit que $\sin^2 x = 1 - \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$.
Or sur l'intervalle $\left[\pi\,;\,\dfrac{3\pi}{2}\right]$, on sait que $\sin x < 0$, donc $\sin x = -\dfrac{1}{2}$.

Exercice 2 **5 points**

1. Salaires annuels de Camille et de Dominique en 2012 :
   - Camille : $14400 + 600 + 600 = 15600$ (€) ;
   - Dominique : $13200 \times 1,04^2 = 14277,12$ (€).
2. **a.** On a pour tout naturel n, $u_{n+1} = u_n + 600$: la suite (u_n) est donc une suite arithmétique de raison 600.

   b. On sait que pour tout naturel n, $u_n = u_0 + 600n$.
   Il faut donc résoudre dans $\mathbb{N}$ l'inéquation :
   $14400 + 600n > 20000$ soit $600n > 5600$ ou $n > \dfrac{5600}{600} \approx 9,3$.
   Le salaire annuel de Camille dépassera les 20 000 € pour la première fois en 2020.

   c. D'une année à la suivante le salaire est multiplié par 1,04.
   Donc pour tout naturel n, $v_{n+1} = v_n \times 1,04$, ce qui montre que la suite (v_n) est une suitz géométrique de raison 1,04 de premier terme $v_0 = 13200$.

   d. On sait que pour tout naturel n, $v_n = 13200 \times 1,04^n$.
   Donc pour $n = 10$, $v_{10} = 13200 \times 1,04^{10} \approx 19539,22$ soit environ 19 539 €.
3. On veut déterminer à partir de quelle année le salaire de Dominique dépassera celui de Camille.
   Pour cela, on dispose du programme incomplet ci-dessous écrit en langage Python.
   Recopier et compléter les quatre parties en pointillé du programme ci-dessous :

```
def algo ( ) :
    A= 14 400
    B= 13 200
    n = 0
    while A ⩾ B
        A= A + 600
        B= B*1,04
        n= n+1
    return(n)
```

le programme va rendre $n = 10$.

Exercice 3 **5 points**

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(−1 ; 3), B(5 ; 0) et C(9 ; 3).

1. $\left\{\begin{array}{lcl}\text{A}(-1\,;\,3) & \in & (\text{AB})\\ \text{B}(5\,;\,0) & \in & (\text{AB})\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl}3 & = & -a+b\\ 0 & = & 5a+b\end{array}\right. \Rightarrow$ (par différence) $-3 = 6a \iff a = -\dfrac{1}{2}$,
   puis $b = a+3 = -\dfrac{1}{2}+3 = \dfrac{5}{2}$.
   On a donc $M(x\,;\,y) \in (\text{AB}) \iff y = -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$.
2. $M(x\,;\,y) \in D \iff \overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{n} = 0 \iff -(x-9)+3(y-3) = 0 \iff -x+3y = 0$.
3. d a pour vecteur directeur $\overrightarrow{d}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ et (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{\text{AB}}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$.
   Or $\det\left(\overrightarrow{d}\,,\,\overrightarrow{\text{AB}}\right) = 9+6 = 15 \neq 0$: les droites D et (AB) ne sont pas parallèles.
4. $\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{\text{AB}} = -3\times 6+(-1)\times(-3) = -18+3 = -15 \neq 0$: ces vecteurs ne sont pas orthogonaux, donc les droites D et (AB) ne sont pas perpendiculaires.
5. On a $\text{AC}^2 = (9-(-1))^2+(3-3)^2 = 10^2$, donc AC = 10.
   D'après le théorème d'Al Kashi :
   $\text{AC}^2 = \text{AE}^2+\text{EC}^2-2\times\text{AE}\times\text{AC}\times\cos\widehat{\text{AEC}}$, soit
   $100 = \left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{10}\right)^2-2\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{10}\times\cos\widehat{\text{AEC}}$ ou encore
   $100 = 20+40-8\sqrt{50}\cos\widehat{\text{AEC}}$, d'où $8\sqrt{50}\cos\widehat{\text{AEC}} = -40$, d'où l'on exprime :
   $\cos\widehat{\text{AEC}} = -\dfrac{5}{\sqrt{50}} = -\dfrac{5}{\sqrt{25\times 2}} = -\dfrac{5}{5\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
   On en déduit que $\widehat{\text{AEC}} = \dfrac{3\pi}{4}$.

Exercice 4 **5 points**

1. **a.** Avec des notations évidentes :
   $p(V) = \dfrac{60}{100} = 0,60$; $p(B) = \dfrac{30}{100} = 0,30$ et $p(R) = \dfrac{10}{100} = 0,10$.
   Dans ces trois cas on « gagne » respectivement : $-2+0 = -2$, $-2+4 = 2$ et $-2+8 = 6$ jetons. D'où le tableau de probabilité de la variable X :

Valeurs a prises par X	-2	2	6
$p(X = a)$	0,6	0,3	0,1

   b. On a $E(X) = -2\times 0,6+2\times 0,3+6\times 0,1 = -1,2+0,6+0,6 = -1,2+1,2 = 0$: le jeu est équitable.
   c. On a $V(X) = 0,6\times(-2)^2+0,3\times 2^2+0,1\times 6^2 = 2,4+1,2+3,6 = 7,2$
   $\sigma(X) = \sqrt{7,2} \approx 2,68$.
2. Si on ajoute n billes vertes, il y aura $100+n$ billes.
   Les probabilités deviendront :
   $p(R) = \dfrac{10}{100+n}$, $p(B) = \dfrac{30}{100+n}$ et $p(V) = \dfrac{60+n}{100+n}$.
   L'espérance devient :
   $E(X) = \dfrac{-2(60+n)}{100+n}+\dfrac{60}{100+n}+\dfrac{60}{100+n} = -1$, d'où
   $-120-2n+60+60 = -(100+n)$ soit $n = 100$.