# ↜ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion ↝
# série générale e3c Corrigé du n° 45 année 2020

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale**

**Exercice 1** **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) comportant 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

**Question 1**

$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -2 \times 34 \times (-6) = -6 - 24 = -30$.

**Question 2**

On a d'après le théorème d'Al Kashi :
$\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2 - 2\text{AB} \times \text{AC} \times \cos\widehat{\text{BAC}} = 5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7 \times \dfrac{1}{2} = 25 + 49 - 35 = 39$. Donc $\text{BC} = \sqrt{39}$.

**Question 3**

$M(x\,;\,y) \in C \iff \text{A}M^2 = R^2 \iff (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2 \iff x^2 + 4 - -4x + y^2 + 9 - 6y = 16 \iff x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$.

**Question 4**

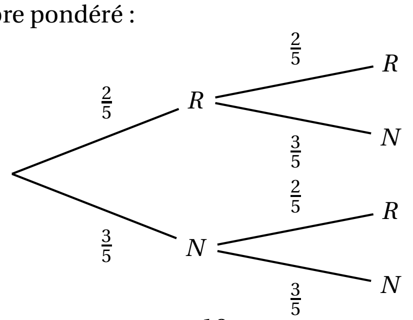
Le réel $\dfrac{-23\pi}{3}$ a le même point image sur le cercle trigonométrique que le réel :
$\dfrac{-23\pi}{3} + 8\pi = \dfrac{-23\pi}{3} + \dfrac{24\pi}{3} = \dfrac{\pi}{3}$.

**Question 5**

L'algorithme donne la liste : [1, 5, 13, 29].

**Exercice 2** **5 points**

1. La probabilité de tirer une boule rouge est $p(R) = \dfrac{2}{2+3} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4$.
   La probabilité de tirer une boule noire est $p(N) = \dfrac{3}{2+3} = \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.
   On peut donc dresser l'arbre pondéré :




2. On a $p(R \cap R) = p(R) \times p_R(R) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = \dfrac{16}{100} = 0,16$.
3. La probabilité de tirer deux noires est :
   $p(N \cap N) = p(N) \times p_N(N) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36$. Dans ce cas $X = -20$.
   La probabilité de tirer une boule de chaque couleur est donc :
   $1 - p(R \cap R) - p(N \cap N) = 1 - 0,16 - -0,36 = 1 - 0,52 = 0,48$. Dans ce cas $X = 40$. Dans ce cas $X 20 - 10 = 10$.
   D'où le tableau de la loi de probabilité de $X$ :

| $X =$ | 40 | $-20$ | 10 |
|---|---|---|---|
| $p(X =)$ | 0,16 | 0,36 | 0,48 |

**4.** La probabilité de gagner de l'argent $(X > 0)$ est égale à $0,16 + 0,36 = 0,52$.

**5.** L'espérance mathématique de la variable aléatoire $X$ est :
$E(X) = 40 \times 0,16 - 20 \times 0,36 + 10 \times 0,48 = 6,4 - 7,2 + 4,8 = 11,2 - 7,2 = 4$ (€).
En moyenne sur un grand nombre de parties le gain est de 4 € par partie.

## Exercice 3 — 5 points

On considère les suites $(u_n)_{n\geqslant 0}$ et $(v_n)_{n\geqslant 0}$ définies par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel $n$,

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 3 \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 6.$$

**1.** Pour tout naturel $n$, $v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = 0,5u_n + 3 - 6 = 0,5u_n - 3 = 0,5\left(u_n - \dfrac{3}{0,5}\right) = 0,5\left(u_n - 6\right) = 0,5v_n$.
L'égalité $v_{n+1} = 0,5v_n$ montre que la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique de raison 0,5 et de premier terme $v_0 = u_0 - 6 = 7 - 6 = 1$.

**2.** On sait qu'alors quel que soit $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 1 \times 0,5^n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = \dfrac{1}{2^n}$.

**3.** $v_n = u_n - 6$ équivaut à $u_n = v_n + 6 = 6 + \dfrac{1}{2^n}$.

**4.** **a.** On a $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_{100}$ (1) et
$0,5S = v_1 + v_2 + \ldots + v_{100} + v_{101}$ (2) et par différence (1) moins (2) :
$0,5S = v_0 - v_{101}$, d'où $S = \dfrac{v_0 - v_{101}}{0,5} = \dfrac{1 - \frac{1}{2^{101}}}{0,5} = 2\left(1 - \frac{1}{2^{101}}\right) = 2 - \frac{1}{2^{100}} \approx 2$.

**b.** Si $T = u_0 + u_1 + \ldots + u_{100}$ alors $T - 101 \times 6 = S$, donc :
$T = S + 101 \times 6 = 606 + 2 - \frac{1}{2^{100}} \approx 608$.

## Exercice 4 — 5 points

$$f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2.$$

**1.** On a sur $\mathbb{R}$, $f'(x) = 3 \times 3x^2 - 2 \times 5x = 9x^2 - 10x = x(9x - 10)$.

**2.** $M(x\,;\,y) \in T \iff y - f(-1) = f'(-1)(x - (-1))$
Avec $f(-1) = 3 \times (-1)^3 - 5 \times (-1)^2 + 2 = -3 - 5 + 2 = -6$ et $f'(-1) = -1 \times (9 \times (-1) - 10) = -1 \times (-19) = 19$, l'équation réduite devient :
$y = 19(x + 1) - 6$ ou $y = 19x + 13$.

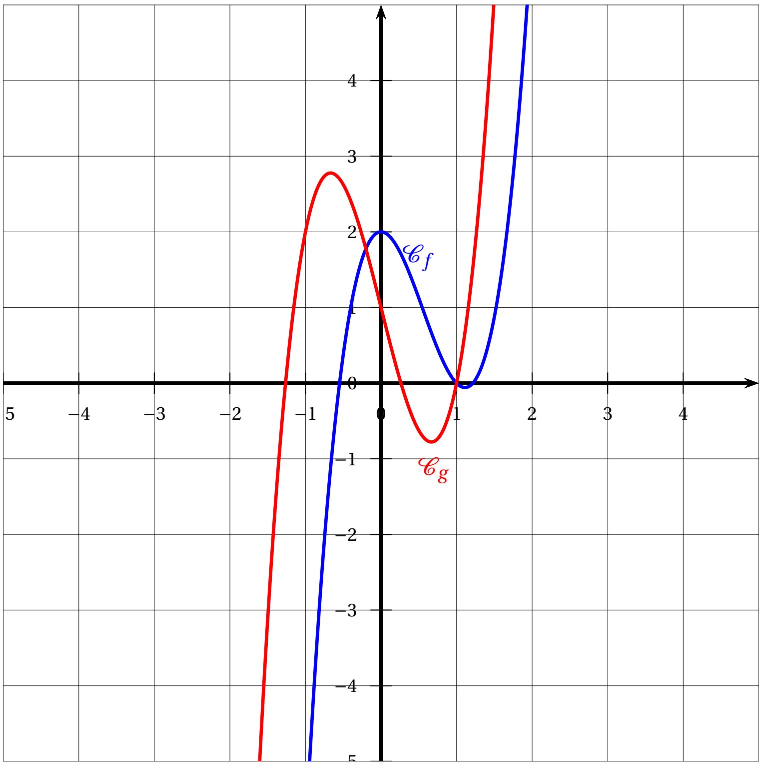
**3.**

$$g(x) = 3x^3 - 4x + 1.$$

**a.** Pour tout réel $x$, $f(x) - g(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2 - \left(3x^3 - 4x + 1.\right) = 3x^3 - 5x^2 + 2 - 3x^3 + 4x - 1 = -5x^2 + 4x + 1$.

**b.** Pour le trinôme du second degré $f(x) - g(x)$, on a $\Delta = 4^2 - 4 \times (-5) \times 1 = 16 + 20 = 36 = 6^2 > 0$. Il y a donc deux racines :
$x_1 = \dfrac{-4 + 6}{2 \times (-5)} = \dfrac{2}{-10} = -\dfrac{1}{5}$ et $x_2 = \dfrac{-4 - 6}{2 \times (-5)} = \dfrac{-10}{-10} = 1$.

**c.** On sait que le trinôme est négatif sauf entre les racines.
Donc $f(x) - g(x) > 0$ sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{5}\,;\,1\right[$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour $-\frac{1}{5} < x < 1$.



$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_g$