Corrigé du baccalauréat Première Métropole-La Réunion série générale e3c n° 50 année 2020

Exercice 1 **5 points**

Question 1
$e^x \times e^{x+2} = e^{x+x+2} = e^{2x+2}$.

Question 2
Une équation de la dérivée au point $(1 ; g(1))$ est $y - g(1) = g'(1)(x-1)$ ou $y = g'(1)(x-1) + g(1)$.

Question 3
On sait qu'une équation de (d) est $7x - 4y + c = 0$.
Or $\text{A}(-2 ; 3) \in (d) \iff -2 \times 7 - 4 \times 3 + c = 0 \iff -26 + c = 0 \iff c = 26$.
Une équation de (d) est donc $7x - 4y + 26 = 0$ ou $-7x + 4y - 26 = 0$.

Question 4
La fonction cos est périodique de période 2π, donc $\cos t + 4\pi) = \cos t$.
La fonction cos est paire donc $\cos(-t) = \cos(t)$.
D'où $\cos(t + 4\pi) + \cos(-t) = \cos(t) + \cos(t) = 2\cos(t) = 2 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{3}$.

Question 5
$y = -x^2 + 6x - 9 = -\left(x^2 - 6x + 9\right) = -(x-3)^2$, donc $y = 0$ si et seulement si $(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$. Le seul point commun à (P) et à l'axe des abscisses est le point de coordonnées $(3 ; 0)$.

Exercice 2 **5 points**

1. **a.** L'aire du rectangle est $xy = 49$, d'où $y = \dfrac{49}{x}$, puisque $x \neq 0$.

   Le périmètre du rectangle est : $p(x) = 2(x + y) = 2\left(x + \dfrac{49}{x}\right)$.

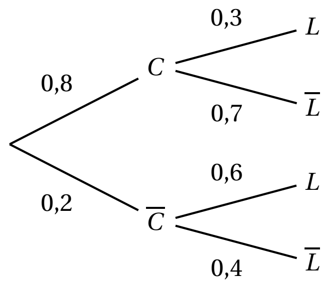
   b. On a donc $p(10) = 2\left(10 + \dfrac{49}{10}\right) = 2(10 + 4,9) = 2 \times 14,9 = 29,8$.

   On a $p(x)2x + 2 \times \dfrac{49}{x} = 2x + \dfrac{98}{x} = f(x)$.
2. On dérive f comme somme de fonctions dérivables :
   $f'(x) = 2 - \dfrac{98}{x^2} = \dfrac{2x^2 - 98}{x^2}$
3. Comme $x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$, on déduit que le signe de $f'(x)$ est celui de son numérateur.
   - $2x^2 - 98 > 0 \iff 2\left(x^2 - 49\right) > 0 \iff x^2 - 49 > 0$: on sait que le trinôme $x^2 - 49$ est positif sauf sur l'intervalle $]-7 ; 7[$.
   - $2x^2 - 98 < 0 \iff 2\left(x^2 - 49\right) > 0 \iff x^2 - 49 > 0$: on sait que le trinôme $x^2 - 49$ est négatif sur l'intervalle $]-7 ; 7[$.
   - $2x^2 - 98 = 0 \iff x = -7$ ou $x = 7$.

   On en déduit que la fonction f est
   - croissante sur $]7 ; +\infty[$;
   - décroissante sur $]0 ; 7[$;
   - et a pour minimum $f(7) = 2 \times 7 + \dfrac{48}{7} = 14 + 7 = 21$.
4. Si $x = 7$, alors $y = \dfrac{49}{7} = 7$: parmi tous les rectangles d'aire donnée celui qui a le plus petit périmètre est le carré.

Exercice 3 **5 points**

1. En faisant le complément à 100 des pourcentages donnés on peut dresser l'arbre pondéré suivant :



2. On a : $P(C\cap L) = P(C)\times P_C(L) = 0,8\times 0,3 = 0,24$.

3. On a de même : $P\left(\overline{C}\cap L\right) = P\left(\overline{C}\right)\times P_{\overline{C}}(L)0,2\times 0,6 = 0,12$.
D'après la loi des probabilités totales :
$P(L) = P(C\cap L) + P\left(\overline{C}\cap L\right) = 0,24+0,12 = 0,36$.

4. **a.** D'après la question précédente $P(X = 4000) = P(L) = 0,36$ et par conséquent $P(X = 2500) = P\left(\overline{L}\right) = 1-0,36 = 0,64$.

b. L'espérance de X est égale à la somme des termes $n_i\times P_i$, donc :
$E(X) = 0,36\times 4000+0,64\times 2500 = 1440+1600 = 3040$.

Exercice 4 **5 points**

1. Pour $n \geqslant 2$, on considère la fonction Python suivante.

```
def saut(n)
  s=8
  for k in range(2 n+1):
     s=s+0,1
  return s
```

a. La commande `saut(4)` renvoit comme valeur de s, $8+4\times 0,1 = 8,4$.

b. Ceci signifie que la 5^e^ semaine Fanny fera des penta bonds de 8,40 m.

Chaque semaine le penta bond est incrémenté de 0,1 m, donc $s_n = 8+n\times 0,1$.

3. **a.** En gagnant 0,1 m chaque semaine il faudra à Fanny pour gagner $12-8 = 4$, $\dfrac{4}{0,1} = 40$.

b. Il faut résoudre l'équation $s_n = 12$ soit $8+0,1\times n = 12$ ou $0,1\times n = 4$ ou en multipliant par 10, $n = 40$.
Fanny fera un penta bond de 12 m la 41^e^ semaine.