∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Corrigé du sujet 53 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 — 5 POINTS

Question 1

L'équation $2x^2 - 8x + 6 = 0$ admet deux solutions. Leur somme S et leur produit P sont :

On sait que $S = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{8}{2} = 4$ et $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{6}{2} = 3$.

Question 2

On a $\sin(\alpha) = \sin\alpha = 0,5$.

Question 3

On a $\mathrm{R}(5\,;\,-2) \in (C) \iff (5-3)^2(-2+0,5)^2 = \dfrac{25}{4} \iff 4 + 2,25 = \dfrac{25}{4}$ qui est vraie.

Question 4

Si (d) est la droite, on a :
$M(x\,;\,y) \in (d) \iff \overrightarrow{\mathrm{A}M} \cdot \overrightarrow{n} = 0 \iff 5(x-2) + 6(y+4) = 0 \iff 5x + 6y + 14 = 0.$

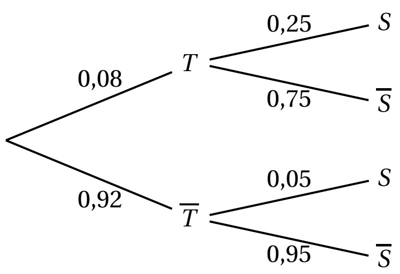
Question 5

f est un produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :
$f'(x) = 2\mathrm{e}^x + (2x+3)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(1 + 2x + 3) = (2x+5)\mathrm{e}^x$.

EXERCICE 2 — 5 POINTS

1. On a $p_T(S) = \dfrac{p(T \cap S)}{p(T)} = \dfrac{0,02}{0,08} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité ci-dessous traduisant les données de l'énoncé.



3. D'après la loi des probabilités totales : $p\left(\overline{S}\right) = p\left(\overline{S} \cap T\right) + p\left(\overline{S} \cap \overline{T}\right)$.

- $p\left(\overline{S} \cap T\right) = p\left(T \cap \overline{S}\right) = p(T) \times p_T\left(\overline{S}\right) = 0,08 \times 0,75 = 0,06$.
- $p\left(\overline{S} \cap \overline{T}\right) = p\left(\overline{T} \cap \overline{S}\right) = p(\overline{T}) \times p_{\overline{T}}\left(\overline{S}\right) = 0,92 \times 0,0,95 = 0,874$.

Donc $p\left(\overline{S}\right) = 0,06 + 0,874 = 0,934$.

4. **a.**

x_i	0	9	14
$P(X = x_i)$	0,066	0,06	0,874

b. Le prix de vente moyen d'un jeu fabriqué par cette entreprise est égal à l'espérance mathématique de la variable aléatoire X, soit :
$E(X) = 0 \times 0,066 + 9 \times 0,06 + 14 \times 0,874 = 12,776$, soit 12,78 € au centime près.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

1. **a.** On a $P_1 = (1+0,2)\times 500+70 = 500\times 1,2+70 = 670$, puis
$P_2 = 1,2P_1+70 = 1,2\times 670+70 = 874$.

b.
```
def Nombrebacteries(N) :
p=500
for i in range(0,N) :
    P = P*1,2+70
return ...
```

2. **a.** On a donc $\alpha = 0,09$ et $\beta = 0$.

b. Puisque chaque jour la population augmente de 9 %, elle est multipliée par 1,09 : c'est donc une suite géométrique de raison 1,09, de premier terme 500.

c. On sait que pour tout naturel n, $P_n = 500\times 1,09^n$.
Donc avec $n = 9$, $P_9 = 500\times 1,09^9 \approx 1\,085,95$: la population a plus que doublé.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

$$f(x) = 3x\mathrm{e}^{-0,4x}.$$

1. Comme quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^{-0,4x} > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $-1,2x+3$.
   - $-1,2x+3>0$ si $3>1,2x$ ou $30>12x$ ou $x<\dfrac{30}{12}$ soit finalement $x<\dfrac{10}{4}$ ou $x<2,5$.
   - $-1,2x+3<0$ si $3<1,2x$ ou $30<12x$ ou $x>\dfrac{30}{12}$ soit finalement $x>\dfrac{10}{4}$ ou $x>2,5$.
   - $-1,2x+3=0$ si $3=1,2x$ et $x=2,5$.
2. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
La fonction est donc croissante sur l'intervalle $]0\,;2,5[$ et décroissante sur $]-2,5\,;\,+\infty[$.
$f(2,5) = 3\times 2,5\mathrm{e}^{-0,4\times 2,5} = 7,5\mathrm{e}^{-0,1} \approx 6,79$.
3.

a. On a au temps 0 jour de l'ingestion dans l'organisme du sportif, une quantité de produit dopant égale à : $3\times 0\mathrm{e}^0 = 0$.

b. De la question 2. on en déduit que la quantité maximale du produit dans l'organisme est détectable au bout de 2 h 30 min.

c. On a $C(6) = 3\times 6\mathrm{e}^{-0,4\times 6} = 18\mathrm{e}^{-2,4} \approx 1,633$.
Comme $1,633 > 1,4$ le sportif sera détecté positif.