

∞ **Baccalauréat Première Métropole-La Réunion** ∞
série générale e3c Corrigé du n° 9 année 2020

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

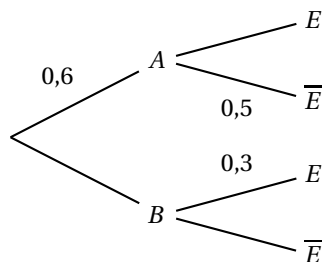
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

On choisit au hasard un individu parmi les passagers en transit dans un aéroport. On a représenté ci-dessous un arbre de probabilités lié à certains évènements dont certains éléments ont été effacés.

On considère les évènements suivants :

- A : « le passager parle anglais »
- B : « le passager ne parle pas anglais »
- E : « le passager est un membre de l'Union Européenne »



a. $P_B(E) = 0,12$	b. $p(E) = 0,42$	c. La probabilité que le passager choisi soit européen et ne parle pas anglais est 0,3	d. $P(A \cup B) = 1,1$
---------------------------	-------------------------	---	-------------------------------

- On a $P_B(E) = 0,3$ (énoncé) ;
- $P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) = 0,6 \times 0,5 + 0,4 \times 0,3 = 0,3 + 0,12 = 0,42$.

Question 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit D la droite d'équation $3x + y - 2 = 0$.

a. Le point de coordonnées $(6; -15)$ appartient à D	b. D est perpendiculaire à la droite d'équation $12x + 4y = 0$	c. Le vecteur de coordonnées $(1; 3)$ est un vecteur directeur de D .	d. Le vecteur de coordonnées $(3; 1)$ est un vecteur directeur des droites perpendiculaires à D .
---	---	--	--

- On a $3 \times 6 - 15 - 2 = 0$: faux ;
- On a $3 \times 12 + 1 \times 4 = 0$: faux ;
- $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ n'est pas vecteur directeur de D ;
- La dernière affirmation est vraie.

Question 3

On considère dans l'ensemble des réels l'équation trigonométrique $\sin x = 1$.

a. Cette équation admet une unique solution dans l'ensemble des réels	b. Cette équation admet une infinité de solutions dans l'ensemble des réels	c. 2π est une solution de cette équation	d. $-\frac{57\pi}{2}$ est une solution de cette équation
--	--	---	---

Cette équation admet une infinité de solutions dans l'ensemble des réels : tous les réels de la forme $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

Question 4

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère du plan.

a. La courbe \mathcal{C} n'admet pas de tangente au point d'abscisse 0	b. La tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 0 pour équation $y = 2x$	c. La tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1	d. La tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses
---	--	--	---

La fonction f est dérivable sur \mathbb{R} puisque $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ et sur cet intervalle $f'(x) = \frac{2(x^2+1) - 2x \times 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$.

- L'information a. est donc fausse;
- L'équation de la tangente au point d'abscisse 0, avec $f(0) = 0$ et $f'(0) = 2$ est : $y - 0 = 2(x - 0)$, soit $y = 2x$: vraie.

Question 5

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x-3}{x+2}$$

f est dérivable sur l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ et pour tout réel x de $] -2 ; +\infty[$, on a :

a. $f'(x) = 1$	b. $f'(x) = \frac{2x-1}{(x+2)^2}$	c. $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$	d. $f'(x) = 2x-1$
-----------------------	--	---------------------------------------	--------------------------

Sur $] -2 ; +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{1(x+2) - 1(x-3)}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2}$

Exercice 2**5 points**

À la naissance de Lisa, sa grand-mère a placé la somme de 5 000 euros sur un compte et cet argent est resté bloqué pendant 18 ans.

Lisa retrouve dans les papiers de sa grand-mère l'offre de la banque :

Offre
Intérêts composés au taux annuel constant de 3%.
À la fin de chaque année le capital produit 3% d'intérêts qui sont intégrés au capital.

On considère que l'évolution du capital acquis, en euro, peut être modélisée par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n , u_n est le capital acquis, en euro, n années après la naissance de Lisa.

On a ainsi $u_0 = 5000$.

1. Montrer que $u_1 = 5150$ et $u_2 = 5304,5$.

Ajouter 3% d'intérêts c'est multiplier par $1 + 0,03 = 1,03$, donc :

- $u_1 = 5000 \times 1,03 = 5150$;
- $u_2 = 5150 \times 1,03 = 5304,50$ (€).

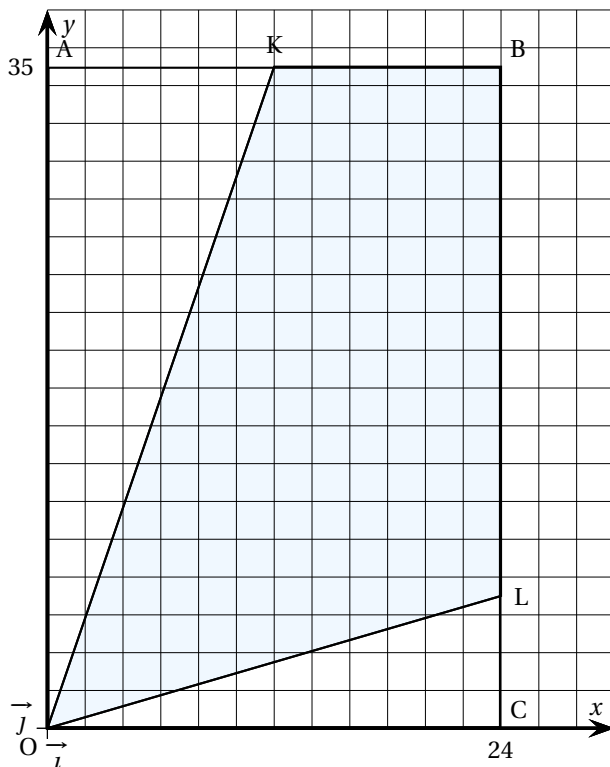
2. **a.** Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

En déduire la nature de la suite (u_n) en précisant sa raison et son premier terme.

On a vu que $u_{n+1} = 1,03u_n$: la suite (u_n) est donc géométrique de raison 1,03 et de premier terme 5000.

- b.** Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .

On sait que $u_n = 5000 \times 1,03^n$.



3. Calculer le capital acquis par Lisa à l'âge de 18 ans. Arrondir au centième.
On a $u_{18} = 5000 \times 1,03^{18} \approx 8512,17$ (€).
4. Si Lisa n'utilise pas le capital dès ses 18 ans, quel âge aura-t-elle quand celui-ci dépassera 10 000 euros?
Il faut donc trouver n tel que :
 $5000 \times 1,03^n \geq 10000 \iff 1,03^n \geq 2$.
La calculatrice donne $n \geq 23$. Lisa aura 23 ans lorsque son capital aura doublé.

Exercice 3

5 points

Le rectangle OABC ci-dessous représente une place touristique vue de dessus. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\vec{OC} = 24\vec{i}$ et $\vec{OA} = 35\vec{j}$. Afin d'éclairer le plus grand nombre de monuments, on place au point O, un projecteur lumineux qui permet d'éclairer la partie du plan délimitée par les segments de droite [OK] et [OL] tels que K est le milieu de [AB] et $\vec{CL} = \frac{1}{5}\vec{CB}$.

1. Déterminer par lecture graphique les coordonnées des points A, B, C, K et L.
 $A(0; 35)$, $B(24; 35)$, $C(24; 0)$, $K(12; 35)$ et $L(24; 7)$.
2. Un visiteur affirme : « Moins de 70 % de la surface de la place est éclairée ». Cette affirmation est-elle exacte?
Aire(éclairée) = aire OCBA) - aire(OCL) - aire OKA) = $24 \times 35 - \frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \frac{1}{2} \times 12 \times 35 = 24 \times 35 - 12 \times 7 - 6 \times 35 = 840 - 84 - 210 = 840 - 294 = 546$ (u. a.)
Or $\frac{546}{840} = \frac{13}{20} = 0,65$: 65 % de la place est éclairée. L'affirmation est exacte.
3. a. Donner les coordonnées des vecteurs \vec{OK} et \vec{OL} .
On a $\vec{OK} \begin{pmatrix} 12 \\ 35 \end{pmatrix}$ et $\vec{OL} \begin{pmatrix} 24 \\ 7 \end{pmatrix}$.
b. Montrer que le produit scalaire $\vec{OK} \cdot \vec{OL}$ est égal à 533.
On a donc $\vec{OK} \cdot \vec{OL} = 12 \times 24 + 35 \times 7 = 288 + 245 = 533$.
c. En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle \widehat{KOL} .
On sait que l'on a aussi : $\vec{OK} \cdot \vec{OL} = OK \times OL \times \cos(\widehat{OK; OL})$ (1). Avec :

- $OK = \sqrt{12^2 + 35^2} = \sqrt{144 + 1225} = \sqrt{1369} = 37$;
- $OL = \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = 25$;

L'égalité (1) devient :

$$533 = 37 \times 25 \times \cos(\overrightarrow{OK}; \overrightarrow{OL}), \text{ d'où}$$

$$\cos(\overrightarrow{OK}; \overrightarrow{OL}) = \frac{533}{37 \times 25} = \frac{533}{925}.$$

La calculatrice donne $(\overrightarrow{OK}; \overrightarrow{OL}) \approx 54,81$ soit 55° au degré près.

Exercice 4**5 points**

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$.

1. On note f' la fonction dérivée de f .

- a. Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 1)$.

La fonction polynôme f est dérivable sur \mathbb{R} et donc sur $[0; +\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 - 2x - 1 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) - 1 = 3\left[\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right] - 1 = 3\left[\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}\right] = \\ &= 3\left(x - \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(x - 1). \end{aligned}$$

- b. En déduire le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$.

Comme pour $x \geq 0$, $3\left(x + \frac{1}{3}\right) \geq 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $x - 1$, donc

- si $0 \leq x < 1$, $f'(x) < 0$: la fonction est décroissante sur $[0; 1[$;
- si $x > 1$, $f'(x) > 0$: la fonction est croissante sur $]1; +\infty[$;
- $f(1) = 1 - 1 - 1 - 1 = -2$ est le minimum de la fonction sur $[0; +\infty[$.

- c. Déterminer l'abscisse du point de la courbe représentative de f pour lequel le coefficient directeur de la tangente vaut 7.

Il faut trouver le nombre réel x de $[0; +\infty[$ tel que

$$f'(x) = 7 \iff 3x^2 - 2x - 1 = 7 \iff 3x^2 - 2x - 8 = 0.$$

$$\Delta = 4 + 4 \times 3 \times 8 = 4 + 96 = 100 = 10^2 > 0.$$

Cette équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{2+10}{6} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{2-10}{6} = -\frac{4}{3}.$$

Seule la première solution est positive, donc $f'(2) = 7$.

2. On note x_0 l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$. On admet que $x_0 \in [1; 2]$.

On considère la fonction suivante définie en langage Python.

```

1  def zero_de_f(n) :
2      a = 1
3      b = 2
4      for k in range(n) :
5          x = (a + b)/2
6          if x**3 - x**2 - x - 1 < 0 :
7              a = x
8          else :
9              b = x
10         return a, b

```

- a. On applique cette fonction pour $n = 3$. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant, jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

Itération	$x = \frac{a+b}{2}$	$f(x) < 0?$	a	b	Amplitude de $[a; b]$
$k = 0$	1,5	OUI	1,5	2	0,5
$k = 1$	1,75	OUI	1,75	2	0,25
$k = 2$	1,875	NON	1,75	1,875	0,125

- b.** En déduire un encadrement de x_0 , d'amplitude 0,125, par deux nombres décimaux.
On a donc $1,75 < x_0 < 1,875$.