Corrigé du baccalauréat SMS Polynésie juin 2008

EXERCICE **8 points**

1. **a.** 12 % de 275 représentent $0,12 \times 275 = 33$ filles qui ont un surpoids modéré.
7,5 % de $555 - 275 = 280$ garçons soit $0,075 \times 280 = 21$ garçons ont un surpoids modéré.

b.

Élèves	Filles	Garçons	Total
Poids normal	231	252	483
Surpoids modéré	33	21	54
Obèse	11	7	18
Total	275	280	555

(Source : flash STAT 2003)

2. **a.** $p(A) = \dfrac{33+21}{555} = \dfrac{54}{555} \approx 0,097$ soit 0,10 à 10^{-2} près.
$p(B) = \dfrac{18}{555} \approx 0,032$ soit 0,03 à 10^{-2} près.
b. $A \cup B$ désigne l'évènement : « l'élève choisi est en surpoids modéré ou obèse ».
$p(A \cup B) = \dfrac{54+18}{555} = \dfrac{72}{555} \approx 0,129$ soit 0,13 à 10^{-2} près.
c. $\overline{A \cup B}$ désigne l'évènement : « l'élève choisi n'est ni en surpoids modéré ni obèse.
On a donc $p\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - p(A \cup B) = 1 - \dfrac{72}{555} = \dfrac{483}{555} \approx 0,870$
soit 0,87 à 10^{-2} près.
3. Sur les 275 filles 11 sont obèses : la probabilité est donc égale à
$p = \dfrac{11}{275} = 0,04$.
4. En Champagne-Ardenne la proportion d'enfants de poids normal est on l'a vu, question **2. c.** de 0,87 soit 87 %, donc on peut dire que ce groupe est dans la moyenne nationale.

PROBLÈME **12 points**

Partie A - Étude d'une fonction

$$f(t) = 6t\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}$$

1. $f(0) = 6 \times 0\mathrm{e}^{-\frac{0}{3}} = 0$;
$f(3) = 6 \times 3\mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 18\mathrm{e}^{-1}$.
$f(9) = 6 \times 9\mathrm{e}^{-\frac{9}{3}} = 54\mathrm{e}^{-3}$
2. En dérivant le produit :
$f'(t) = 6\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}} + 6t \times \left(-\dfrac{1}{3}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}} = \mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}(6-2t) = 2(3-t)\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}$.
3. Le produit $2(3-t)\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}$ est nul si l'un des facteurs est nul.
Or on sait que quel que soit le réel t, $\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}} > 0$.
Donc $f'(t) = 0$ si $3 - t = 0$ ou $t = 3$.
   - Si $0 \leqslant t < 3$, $f(t) >$;
   - Si $t = 3$, $f'(3) = 0$;
   - Si $3 < t \leqslant 9$, $f'(t) < 0$.

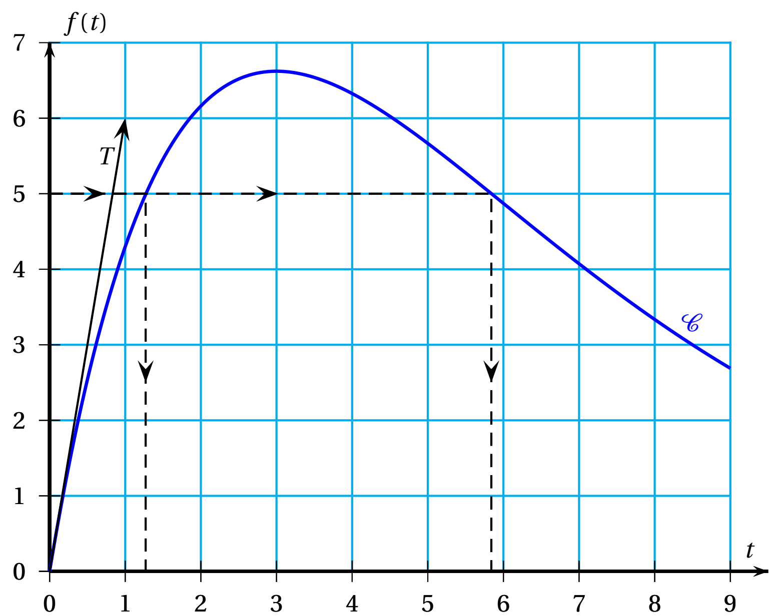
4. On en déduit que f est croissante sur $[0\,;\,3]$ et décroissante sur $[3\,;\,9]$.
Avec les valeurs approchées des résultats de la question **1.** :

x	0	3	9
$f'(x)$			
$f(x)$	0	$\approx 6,62$	$\approx 2,69$

5. Le coefficient directeur de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est égal au nombre dérivé $f'(0) = 2(3-0)\text{e}^{-\frac{0}{3}} = 6$
6. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,1 près).

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(t)$	0	2,5	4,3	5,5	6,2	6,6	6,3	5,7	4,9	4,1	3,3	2,7

7.



Partie B - Application

1. La concentration de pénicilline V présente dans le sang au bout de 2 h 30 minutes après la prise du traitement est :
$f(2,5) = 6 \times 2,5 \times \text{e}^{-\frac{2,5}{3}} \approx 6,519$ soit environ 6,5 mg/l.
2. On a vu que la dérivée s'annule pour $t = 3$ et qu'elle correspond au maximum de la fonction : $f(3) \approx 6,6$ mg/l. Ce maximum est obtenu au bout de 3 heures.
3. On constate graphiquement que la concentration reste supérieure ou égale à 5 milligrammes par litre pour $1,2 \leqslant t \leqslant 5,85$, soit entre 1 h 12 min et 5 h 51 min.