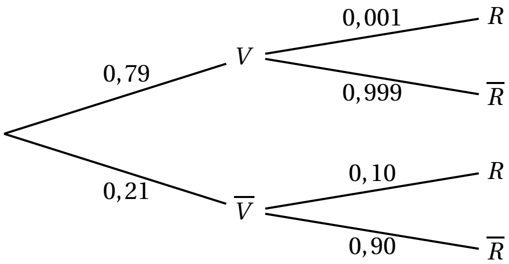
∽ Corrigé du baccalauréat ST2S ∾
Nouvelle Calédonie 27 novembre 2020

L'annexe page **??**/3 est à rendre avec la copie
L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

EXERCICE 1 **6 points**

Les résultats des calculs de probabilités seront arrondis à 10^{-4}.

1. **a.** L'énoncé donne $P(V) = 0,79$.
   b. $P_V(R) = 0,001$ et $P_{\overline{V}}(R) = 0,10$.

2. 

3. **a.** $\overline{V} \cap R$: « la personne choisie n'est pas vaccinée et est atteinte de la variole ».
   b. $P\left(\overline{V} \cap R\right) = P\left(\overline{V}\right) \times P_{\overline{V}}(R) = 0,21 \times 0,1 = 0,021$.
4. D'après la loi des probabilités totales :
   $P(R) = P(V \cap R) + P\left(\overline{V} \cap R\right)$.
   Or $P(V \cap R) = P(V) \times P_V(R) = 0,79 \times 0,001 = 0,00079$.
   Donc $P(R) = 0,00079 + 0,021 = 0,02179 \approx 0,0218$ à 10^{-4} près.
5. Il faut trouver $P_R\left(\overline{V}\right) = \dfrac{P\left(R \cap \overline{V}\right)}{P(R)} = \dfrac{0,021}{0,02179} \approx 0,96374$ soit $0,9637$ à 10^{-4} près.
6. La probabilité d'avoir la rougeole est de 0,0218 ; il y a donc en moyenne :
   $2\,000\,000 \times 0,0218 = 43\,600$ malades dans cette région : l'affirmation est correcte.

EXERCICE 2 **6 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : évolution du nombre de trottinettes électriques vendues en France

$$f(x) = 100\,000 \times 2,29^x.$$

1. Comme $2,29 > 1$, on sait que la fonction $x \longmapsto 2,29^x$ est croissante sur $[0 ; +\infty[$. Il en est de même pour la fonction f.
2. **a.** 2015 correspond à $n = 1$, donc $f(1) = 100\,000 \times 2,29^1 = 229\,000$ trottinettes vendues en 2015.
   b. Il faut résoudre l'inéquation :
   $100\,000 \times 2,29^x > 1\,000\,000$ ou $2,29^x > 10$ ou par croissance de la fonction logarithme népérien $x \ln 2,27 > \ln 10$ et enfin $x > \dfrac{\ln 10}{\ln 2,27}$.
   Or $\dfrac{\ln 10}{\ln 2,27} \approx 2,8$: la première année où le nombre de trottinettes électriques vendues en France dépassera un million est $2014 + 3 = 2017$.

Partie B : évolution du prix des trottinettes électriques en fonction du temps

On s'intéresse maintenant au prix moyen des trottinettes électriques sur ces dernières années. Les prix sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix moyen en euro : y_i	870	767	618	477	399

1. **a.** On a $\dfrac{1+2+3+4+5}{5} = \dfrac{\frac{5\times 6}{2}}{5} = 3$.

   Et de même $\dfrac{870+767+618+47+399}{5} = \dfrac{3131}{5} = 626,2$. Donc G(5 ; 626,2).

   b. Voir la figure à la fin.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = -123,2x + 995,8$.

   a. $\text{G} \in \text{D}$ si et seulement si $626,2 = -123,2 \times 3 + 995,8$ soit $626,2 = 995,8 - 369,6$ ce qui est vrai.

   b. Voir à la fin. On peut utiliser le point G et le point de coordonnées A(5 ; 379,8)

3. 2020 correspond à $x = 6$, donc avec l'ajustement : $y = 995,8 - 123,2 \times 6 = 995,8 - 739,2 = 256,60$ (€).

4. Il faut résoudre l'inéquation :

   $995,8 - 123,2x < 130$ soit $865,8 < 123,2x$ ou $\dfrac{865,8}{123,2} < x$.

   Or $\dfrac{865,8}{123,2} \approx 7,02$.

   La plus petite valeur vérifiant l'inéquation est $x = 8$, soit en 2022.

   Remarque : on peut aussi tracer la droite d'équation $y = 130$; elle coupe la droite d'ajustement en un point d'abscisse un peu plus grande que 7 : on trouve donc $x = 8$, soit 2022.

EXERCICE 3 **8 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : premier modèle

1. Augmenter de 0,51 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{0,51}{100} = 1 + 0,0051 = 1,0051$.

   La population en 1986 devait être égale à : $55\,284\,000 \times 1,0051 = 55\,565\,948,4$ soit 55 565 948 à l'unité près.

2. **a.** On passe de la population d'une année à celle de l'année suivante en la multipliant par 1,005 1. On a donc pour tout naturel n, $u_{n+1} = 1,0051\,u_n$: cette égalité montre que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,005 1.

   b. On sait qu'alors quel que soit l'entier n, $u_n = 55\,284\,000 \times 1,0051^n$.

   c. 2020 correspond au rang $n = 35$ et $u_{35} = 55\,284\,000 \times 1,0051^{35} \approx 66\,057\,785,8$; d'après ce modèle il y aura en 2020, 66 057 786 habitants en France.

Partie B : deuxième modèle

$$f(x) = -0,0003x^3 + 0,0117x^2 + 0,1728x + 55,2$$

où x est le nombre d'années à partir de 1985 et $f(x)$ la population de la France métropolitaine exprimée en million d'habitants.

1. La fonction polynôme f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et en particulier sur $[0 ; 40]$,

   $f'(x) = -0,0009x^2 + 0,0234x + 0,1728$.

2. On développe : $0,0009(32-x)(x+6) = 0,0009\left(32x + 192 - x^2 - 6x\right) = 0,0009\left(26x + 192 - x^2\right) = 0,0234x + 0,1725 - 0,0009x^2 = f'(x)$.

   On a bien la forme factorisée de $f'(x)$.

3. **a.**

x	0		32		40
$32 - x$		+	0	−	
$x + 6$		+		+	
$f'(x)$		+	0	−	

b. La fonction est donc croissante sur l'intervalle $[0;\,32]$ et décroissante sur l'intervalle $[32;\,40]$. D'où le tableau de variations :

x	0	32	40
f	55,2	62,88	61,63

4. D'après l'étude précédente le maximum de la population devait être atteint en $1985 + 32 = 2017$ et se monter à peu près à 62,88 millions.

Partie C

Avec le second modèle la population en 2020 devait être environ de 62,7 millions, beaucoup moins que la réalité ; avec le premier modèle elle devait être de 66 millions donc plus proche de la réalité. C'est donc le modèle le mieux adapté.

ANNEXE À rendre avec la copie

EXERCICE 2