∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane ∾ 16 juin 2014

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de maladies professionnelles ayant entrainé un arrêt de travail de 2003 à 2010 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de maladies professionnelles ayant entrainé un arrêt de travail (y_i)(arrondi à la centaine)	34 600	36 900	41 300	42 300	43 800	45 400	49 300	50 700

Source : Caisse Nationale d'assurance Maladie des Travailleurs Salariés

1. Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses (on commencera la graduation à 0).

1 cm pour 2 000 maladies sur l'axe des ordonnées (on commencera la graduation à 32 000).

2. **a.** Calculons les coordonnées exactes du point moyen G de ce nuage de points. Les coordonnées de G sont $\left(\overline{x}\ ;\ \overline{y}\right)$.

$$\overline{x_G} = \dfrac{1+2+\cdots+7+8}{8} = 4,5 \qquad \overline{y_G} = \dfrac{34600+36900+\cdots+50700}{8} = 43\,037,5$$

b. Le point G (4,5 ; 43 037,5) est placé sur le graphique précédent.

3. On considère que la droite Δ d'équation $y = 2244x + 32939,5$, réalise un ajustement du nuage de points.

a. Le point G appartient à la droite (D) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 4,5.

$y = 2244 \times 4,5 + 32939,5 = 43037,5$.

Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à (D).

b. La droite Δ est tracée sur le graphique précédent.

4. Déterminons par le calcul le nombre de maladies professionnelles ayant entrainé un arrêt de travail prévu par l'ajustement de la question **3.** en 2014. En 2014, le rang de l'année est 12. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 12.

$y = 2244 \times 12 + 32939,5 = 59867,5$

En 2014, une estimation du nombre de maladies professionnelles ayant entraînées un arrêt de travail, arrondi à la centaine près est 59 900.

5. **a.** En utilisant le graphique, déterminons l'année, à partir de laquelle l'ajustement de la question **3.** prévoit que l'on dépassera 62 000 maladies professionnelles ayant entrainé un arrêt de travail.

Traçons la droite d'équation $y = 62000$ et lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec Δ.

Avec la précision permise par le graphique, nous obtenons environ 13.

Par conséquent en 2015, le nombre de maladies professionnelles ayant entraîné un arrêt de travail dépassera 62 000.

b. Pour retrouver par le calcul, le résultat de la question **5.a.**, résolvons

$2244x + 32939,5 \geqslant 62000$.

$2244x + 32939,5 \geqslant 62000 \iff x = \dfrac{62000 - 32939,5}{2244} \qquad x \approx 12,9503$.

Par conséquent en 2015, le nombre de maladies professionnelles ayant entraîné un arrêt de travail dépassera 62 000.

EXERCICE 2 **6 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de tableur, donne l'évolution du nombre de mariage, en France de 2007 à 2011.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	2007	2008	2009	2010	2011
2	Nombre de mariages	273 669	265 404	251 478	251 654	236 826
3	Taux d'évolution par rapport à l'année précédente		−3,02 %	−5,25 %	0,07 %	−5,89 %

Source : INSEE, estimations de population-statistiques de l'état civil

On précise que les cellules C3 à F3 ont au format pourcentage avec deux décimales.

1. Une formule a été saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers la droite jusqu'à la cellule F3 pour calculer le taux d'évolution du nombre de mariages en France entre deux années consécutives de 2007 à 2011.

   Parmi les formules ci-dessous, une et une seule est exacte.

   a) ~~=(C2-B2)/C2~~ **b)** ~~=C2/B2~~ **c)** ~~=(C2-$ B2)/$ B2~~ **d)** =(C2-B2)/B2.

   Le taux est défini par $\frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$; ceci élimine les deux premières réponses. La troisième proposition fixe la colonne B par conséquent on ne peut recopier vers la droite, d'où la réponse **d.**.

2. Calculons le taux d'évolution du nombre de mariages en France entre 2007 et 2011.

   Le taux est défini par $\frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{236\,826 - 273\,669}{273\,669} \approx -0{,}134\,626$.

   Le nombre de mariage a baissé d'environ 13,46 % entre 2007 et 2011.

3. On considère qu'à partir de 2011, le nombre de mariages continue à baisser chaque année de 3,55 %.

   Pour tout entier n positif ou nul, on note u_n le nombre de mariages en France pour l'année (2011+n).

   Ainsi $u_0 = 236\,826$.

   a. À un taux d'évolution de −3,55 % correspond un coefficient multiplicateur de $1 - \frac{3{,}55}{100}$ c'est-à-dire 0,964 5. En 2012 nous avons alors u_1. $u_1 = 0{,}964\,5u_0$ d'où

   $u_1 = 236\,826 \times 0{,}964\,5 = 228\,418{,}677$.

   À l'aide de ce modèle, nous pouvons estimer le nombre de mariages en France en 2012 à 228 419.

   b. Pour tout entier n, nous avons l'égalité $u_{n+1} = 0{,}964\,5 \times u_n$ puisque chaque année le nombre de mariage baisse de 3,55 %. Par conséquent le nombre de mariage l'année suivante est multiplié par 0,964 5.

   c. La suite (u_n) est par définition une suite géométrique et sa raison le coefficient multiplicateur : 0,964 5.

   d. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est

   $u_n = u_0 \times (q)^n$.

   $u_n = 236\,826 \times (0{,}964\,5)^n$.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

e. Selon ce modèle, à partir de quelle année le nombre de mariages en France deviendrait-il inférieur à 200 000 ? Pour la déterminer, résolvons $u_n \leqslant 200000$.

$$\begin{aligned}
236826 \times 0{,}9645)^n &\leqslant 200000\\
0{,}9645)^n &\leqslant \frac{200000}{236826}\\
0{,}9645)^n &\leqslant 0{,}8445\\
n\log 0{,}9645 &\leqslant \log 0{,}8445 && \text{la fonction log est strictement croissante sur }]0\ ;\ +\infty[\\
n &\geqslant \frac{\log 0{,}8445}{\log 0{,}9645} && \text{car } \log 0{,}9645 < 0\\
n &\geqslant 4{,}676
\end{aligned}$$

Selon ce modèle, à partir de n=5 c'est-à-dire à partir de 2016, le nombre de mariage deviendrait inférieur à 200 000.

EXERCICE 3 **4 points**

Un magasin d'informatique propose différents produits tels que des ordinateurs, du matériel d'impression ou des logiciels.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

80 clients ont acheté dans ce magasin un seul produit parmi ceux proposés ci-dessus. Ils ont réglé soit en espèces soit en utilisant une carte bancaire.
Parmi ces clients :

- 70 % ont payé en utilisant une carte bancaire, les autres ayant payé en espèces ;
- 48 clients ont acheté du matériel d'impression ;
- aucun ordinateur n'a été payé en espèces ;
- le quart de ceux qui ont payé en utilisant une carte bancaire a acheté un logiciel ;
- parmi les clients ayant payé en espèces, il y en a autant qui ont acheté un logiciel que du matériel d'impression.

1. Complétons le tableau des effectifs ci-dessous, représentant la répartition des achats et des modes de paiement des 80 clients :

	Matériel d'impression	Logiciels	Ordinateurs	Total
Espèces	12	12	0	24
Carte bancaire	36	14	6	56
Total	48	26	6	80

2. On choisit au hasard un des 80 clients. Chaque client a la même probabilité d'être choisi.
On considère les évènements suivants :

A : « le client a acheté du matériel d'impression »
B : « le client a payé par carte bancaire ».

L'univers est l'ensemble des clients d'un magasin informatique et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité.
La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.
Le nombre d'éléments de l'univers est 80.

a. Calculons la probabilité de l'évènement A.
48 personnes ont acheté du matériel d'impression $p(A) = \dfrac{48}{80} = 0{,}6$.

b. Calculons la probabilité de l'évènement B. 56 personnes ont payé par carte bancaire $p(B) = \dfrac{56}{80} = 0{,}7$.

c. $A \cap B$ est l'évènement : « le client a acheté du matériel d'impression et a payé par carte bancaire ».

d. Calculons la probabilité de l'évènement $A \cap B$. Trente six personnes le firent

$p(A \cap B) = \dfrac{36}{80} = 0{,}45$.

e. $A \cup B$ est l'évènement « le client a acheté du matériel d'impression ou a payé par carte bancaire ».

f. Calculons la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}7 - 0{,}45 = 0{,}85$.

3. Sachant qu'un client a acheté du matériel d'impression, la probabilité qu'il ait payé en espèces est notée $p_A(\overline{B})$.

$$p_A\left(\overline{B}\right) = \dfrac{p\left(A \cap \overline{B}\right)}{p(A)} = \dfrac{\frac{12}{80}}{\frac{48}{80}} = \dfrac{12}{48} = 0{,}25.$$

Partie B

1. Soit f la fonction définie sur l' intervalle $[1 ; 10]$:

$$f(x) = x^2 - 12x + 96$$

a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminons $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$. $f'(x) = 2x - 12$.

b. Étudions le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$.

$2x - 12 > 0 \iff x - 6 > 0 \iff x > 6$.

Par conséquent si x appartient à $[1 ; 6[$ alors $f'(x) < 0$ et si x appartient à $]6 ; 10]$ alors $f'(x) > 0$.

c. Dressons le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 10]$.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.

Sur $[1 ; 6[$, $f'(x) < 0$, donc f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. Sur $]6 ; 10]$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur cet intervalle.

x	1		6		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	85	$\searrow$	60	$\nearrow$	76

2. Le magasin d'informatique se fournit en ordinateurs auprès d'une entreprise locale qui peut fabriquer au maximum 10 ordinateurs par semaine.

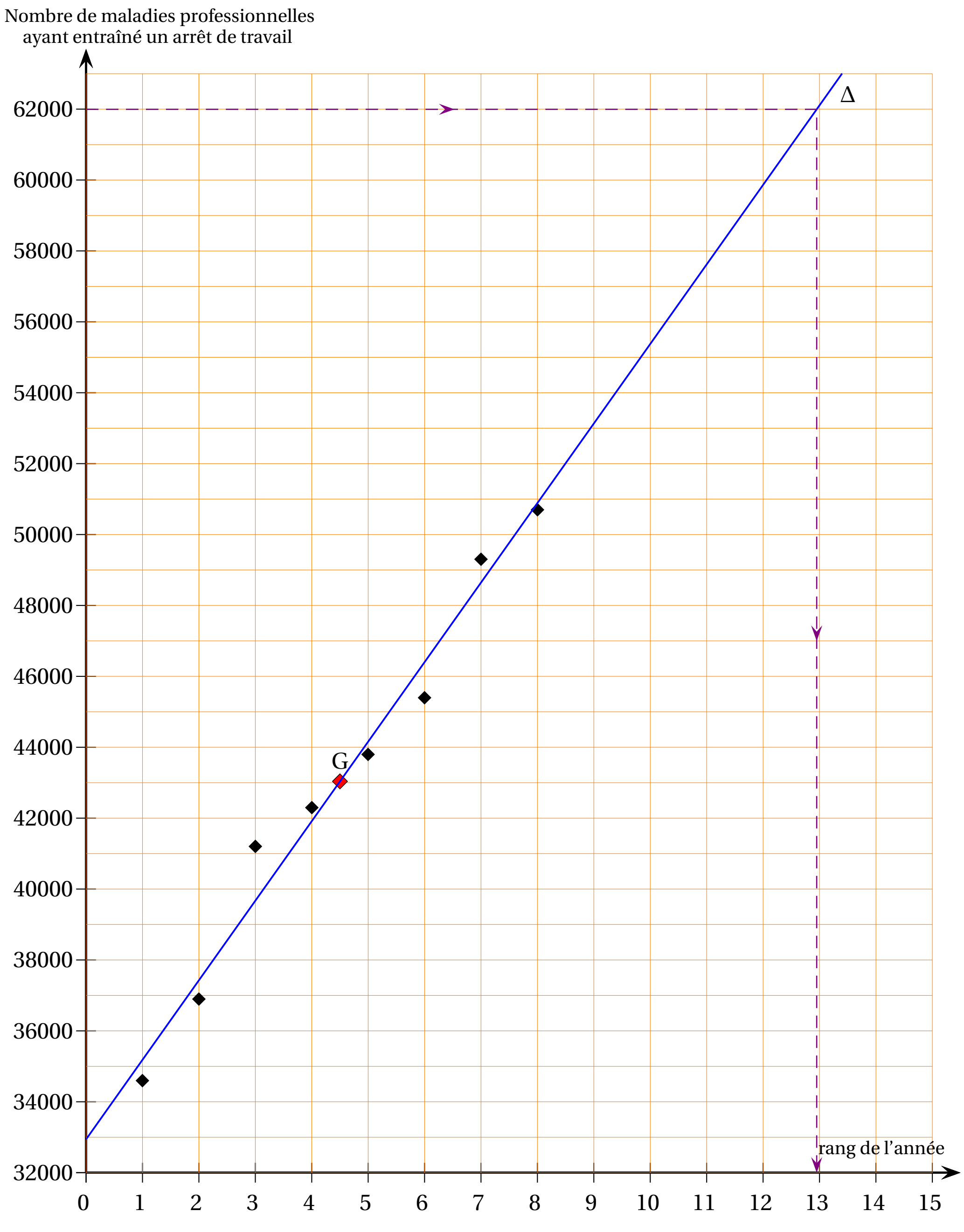
On note x le nombre d'ordinateurs produits en une semaine.

On admet que, pour tout x entier appartenant à l'intervalle $[1 ; 10]$, le coût total de fabrication, exprimé en dizaines d'euros, est égal à $f(x)$.

a. f étant strictement décroissante sur $[1 ; 6[$ et strictement croissante sur $]6 ; 10]$ admet donc un minimum en 6.

Le nombre d'ordinateurs fabriqués par semaine qui permet un coût total de fabrication minimal est 6.

b. $f(6) = 60$. La valeur de ce coût minimal est par conséquent de 600 €.


Nombre de maladies professionnelles
ayant entraîné un arrêt de travail
Δ
G
62000
60000
58000
56000
54000
52000
50000
48000
46000
44000
42000
40000
38000
36000
34000
32000
rang de l'année
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15