Baccalauréat Sciences et Technologies de la Santé et du Social
Antilles-Guyane 19 juin 2018 Correction

EXERCICE 1 **5 points**

Il existe trois types d'eau qui peuvent être conditionnés : les eaux minérales, les eaux de source et les eaux rendues potables par traitements.
Afin de vérifier le respect des dispositions législatives et réglementaires relatives à la sécurité sanitaire de ces eaux, des contrôles sanitaires aux points de conditionnement de l'eau sont mis en place et assurés par les agences régionales de santé. Le bilan, établi par la Direction Générale de la Santé, révèle qu'en France durant l'année 2014 :

- 37 % des prélèvements ont été effectués sur des eaux minérales.
  Parmi eux, 96,5 % étaient conformes.
- 61 % des prélèvements ont été effectués sur des eaux de source.
  Parmi eux, 99,4 % étaient conformes.
- Parmi les prélèvements d'eaux rendues potables par traitements, 96,1 % étaient conformes.

Source : Ministère des Solidarités et de la Santé (rapport 2014)

On choisit un prélèvement au hasard dans l'ensemble des prélèvements de l'année 2014. On considère les évènements suivants :

— M : « le prélèvement a été effectué sur une eau minérale » ;
— S : « le prélèvement a été effectué sur une eau de source » ;
— R : « le prélèvement a été effectué sur une eau rendue potable par traitements » ;
— C : « le prélèvement est conforme ».

On note $\overline{C}$ l'évènement contraire de C.

Dans cet exercice, on donnera des valeurs approchées au millième près des résultats.

1. À partir des données de l'énoncé, déterminons :
   a. la probabilité de l'évènement S, $P(S) = 0{,}61$ car 61 % des prélèvements ont été effectués sur des eaux de source ;
   b. la probabilité que le prélèvement soit non conforme sachant qu'il a été effectué sur une eau minérale, est notée $P_M(\overline{C})$. Parmi les prélèvements effectués sur des eaux minérales 96,5 % étaient conformes, donc 3,5 % étaient non conformes d'où
   $P_M(\overline{C}) = 0{,}035$.
2. Nous avons complété l'arbre de probabilité, donné en **annexe page 5 à rendre avec la copie**, qui décrit la situation.
3. a. $M \cap C$ est l'évènement : « le prélèvement a été fait sur une eau minérale et était conforme ».
   Calculons sa probabilité. $P(M \cap C) = P(M) \times P_M(C) = 0{,}37 \times 0{,}965 \approx 0{,}357$
   b. La probabilité que le prélèvement choisi soit conforme et ait été effectué sur une eau rendue potable par traitements est notée
   $P(R \cap C)$. $P(R \cap C) = P(R) \times P_R(C) = 0{,}02 \times 0{,}961 \approx 0{,}019$.
   Nous retrouvons bien le résultat demandé soit environ égal à 0,019.
4. Montrons que la probabilité que le prélèvement choisi soit conforme est d'environ 0,982.
   $P(C) = P(M \cap C) + P(S \cap C) + P(R \cap C) = 0{,}357 + 0{,}61 \times 0{,}994 + 0{,}019 = 0{,}982$.
5. Sachant qu'on choisit à présent un prélèvement au hasard parmi les prélèvements non conformes de l'année 2014, la probabilité qu'il ait été effectué sur une eau minérale est notée $P_{\overline{C}}(M)$.

   La probabilité que le prélèvement soit non conforme, notée $P\left(\overline{C}\right)$ vaut $1 - P(C)$ soit 0,018.

   $P\left(M \cap \overline{C}\right) = P(M) \times P_M\left(\overline{C}\right) = 0{,}37 \times 0{,}035 \approx 0{,}01295$

   $$P_{\overline{C}}(M) = \frac{P\left(M \cap \overline{C}\right)}{P\left(\overline{C}\right)} = \frac{0{,}01295}{0{,}018} \approx 0{,}719.$$

EXERCICE 2 — 6 points

L'Allocation Personnalisée d'Autonomie (APA) est une allocation destinée aux personnes âgées de 60 ans et plus en perte d'autonomie.

PARTIE A :

Sur une feuille de calcul, le tableau suivant recense les dépenses d'APA en établissement entre 2006 et 2015 en France métropolitaine et dans les départements et régions d'Outre-Mer (hors Mayotte).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Dépenses (en millions d'euros)	1 462	1 584	1 718	1 834	1 950	2 028	2 106	2 182	2 257	2 339
3	Taux d'évolution entre deux années consécutives(en %)		8,3 %								

Source : Ministère des Solidarités et de la Santé
Données concernant l'allocation personnalisée d'autonomie (APA)

1. Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

$\mathcal{T} = \dfrac{2\,339 - 1\,462}{1\,462} \approx 0{,}599\,86$.

En pourcentage, arrondi à 0,1 %, le taux d'augmentation des dépenses d'APA en établissement entre 2006 et 2015 est d'environ 60 %.

2. La ligne 3 est au format pourcentage arrondi à 0,1 %. Une formule que nous pouvons saisir en C3 pour obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution entre deux années consécutives est =(C$2-B$2)/B$2

PARTIE B :

On reprend les résultats de la partie A sous la forme suivante :

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses (en millions d'euros) : y_i	1 462	1 584	1 718	1 834	1 950	2 028	2 106	2 182	2 257	2 339

1. Dans le repère donné en **annexe page 5 à rendre avec la copie**, on a représenté le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ associé aux données du tableau précédent.

Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère donné en **Annexe**.

Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$.

$$\overline{x}_G = \frac{0+1+\cdots+8+9}{10} = 4{,}5 \qquad \overline{y}_G = \frac{1\,462+1\,584+\cdots+2\,257+2\,339}{10} = 1\,946$$

G (4,5 ; 1 946)

2. On admet que la droite Δ passant par G et de coefficient directeur 96 réalise un ajustement affine convenable du nuage de points, et que cet ajustement est un modèle valable jusqu'en 2020.

a. Écrivons l'équation réduite de la droite Δ de coefficient directeur 96 et passant par G.

Nous avons donc $1\,946 = 96 \times 4{,}5 + p$ d'où $p = 1\,946 - 432 = 1\,514$

Δ a pour équation $y = 96x + 1\,514$.

b. Selon ce modèle, calculons une prévision des dépenses d'APA en établissement en 2018.

En 2018, le rang de l'année est 12. En remplaçant x par 12 dans l'équation de la droite, nous obtenons $y = 96 \times 12 + 1\,514 = 2\,666$.

En 2020, nous pouvons estimer à environ 2,666 milliards d'euros, les dépenses d'APA en établissement.

c. La droite Δ est tracée dans le repère donné en **annexe**. Pour ce faire, les coordonnées des points utilisés sont (1 ; 1 610) (11 ; 2 570)

d. Selon ce modèle, déterminons par lecture graphique l'année à partir de laquelle les dépenses d'APA en établissement dépasseront 2,8 milliards d'euros ou 2 800 millions.
Traçons la droite d'équation $y = 2800$ et lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec Δ.
Avec la précision permise par le graphique, nous obtenons environ 13,4.
Selon ce modèle, nous pouvons estimer qu'à partir de 2020 les dépenses d'APA en établissement dépasseront 2,8 milliards d'euros.

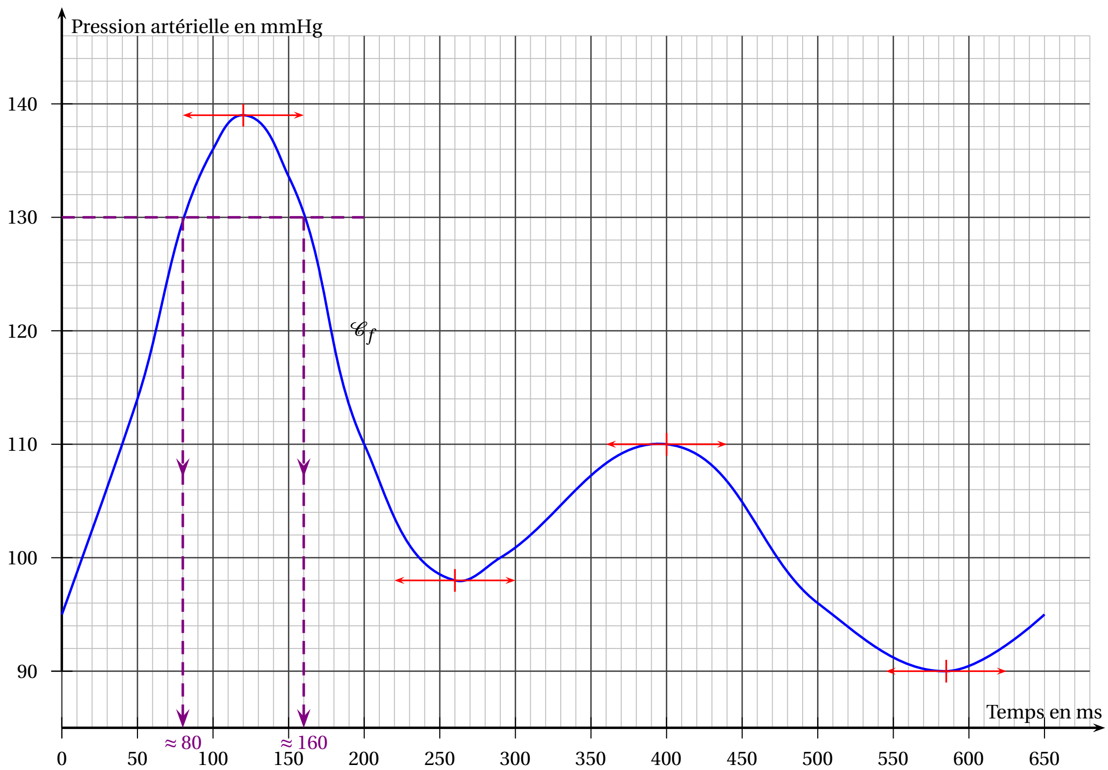
EXERCICE 3 — 9 points

Les maladies cardio-vasculaires sont une cause majeure d'incapacité et de décès prématurés dans le monde entier. Parmi les examens qui permettent de prévenir ces maladies, on recense la tonométrie artérielle et la scintigraphie cardiaque.

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A :

La tonométrie artérielle permet d'obtenir une mesure continue de la pression artérielle. L'examen renseigne sur l'état des artères du patient dans le cadre du développement de l'hypertension artérielle. Un enregistrement des mesures permet d'apprécier la courbe de pression artérielle.
On note f la fonction qui au temps t en millisecondes (ms) associe la pression artérielle radiale $f(t)$ en millimètres de mercure (mmHg), mesurée au repos chez un patient suspecté d'insuffisance cardiaque.
On considère $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0 ; 650]$.
Cette courbe $\mathscr{C}f$ admet quatre tangentes horizontales, mises en évidence sur le graphique ci-dessous.



Répondons aux questions **1.**, **2 .** et **3.** avec la précision permise par le graphique.

1. Dressons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 650]$.

t	0	120	260	400	585	650
Variation de f	95 ↗	139 ↘	98 ↗	110 ↘	90 ↗	93

2. La pression artérielle est supérieure à 130 mmHg sur l'intervalle [80 ; 160].
3. a. La valeur systolique mesurée, c'est-à-dire la valeur maximale de la pression artérielle est d'environ 139.

   b. La valeur diastolique mesurée, c'est-à-dire la valeur minimale de la pression artérielle est 90.

   c. Un patient est en hypertension artérielle lorsque la pression systolique est supérieure ou égale à 140 mmHg ou que la pression diastolique est supérieure ou égale à 90 mmHg.

   Ce patient est en hypertension puisque sur l'intervalle la pression diastolique est supérieure à 90 mmHg.
4. La fonction f a été représentée sur l'intervalle de temps [0 ; 650] ; la durée 650 millisecondes correspond à celle d'un battement de cœur du patient. On parle de tachycardie lorsque, au repos, le nombre de battements du cœur est supérieur à 100 par minute. D'après cet examen, nous pouvons estimer que le patient ne souffre pas de tachycardie.

   Un battement dure 0,650 s, par conséquent dans 60 s il y aura $\dfrac{60}{0{,}650}$ battements soit environ 92 battements par minute. Il y en a donc strictement moins de 100.

PARTIE B :

La scintigraphie cardiaque est une technique d'imagerie qui permet d'examiner la qualité de l'irrigation du cœur par les artères coronaires.
Lors de cet examen, on injecte au patient un échantillon d'un isotope de Thallium d'activité radioactive 60 MBq (Méga Becquerel).
On appelle demi-vie le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité.
Ainsi, après une demi-vie, l'activité radioactive de cet échantillon de Thallium est de 30 MBq et après deux demi-vies, l'activité radioactive de cet échantillon est de 15 MBq.
On note u_0 l'activité radioactive de cet échantillon (en MBq) à l'injection et u_n l'activité radioactive de cet échantillon (en MBq) après n demi-vies avec n entier naturel.

1. $u_0 = 60$, $u_1 = \dfrac{60}{2} = 30$, $u_2 = \dfrac{30}{2} = 15$ et $u_3 = \dfrac{15}{2} = 7{,}5$.
2. $u_{n+1} = \dfrac{1}{2} \times u_n$. Passant d'un terme au suivant en le divisant par 2 la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme 60.
3. a. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$. $u_n = 60 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

   b. Déterminons l'activité radioactive de cet échantillon après 5 demi-vies.

   Calculons u_5. $u_5 = 60 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = 1{,}875$.
4. Déterminons le plus petit entier n à partir duquel $u_n < 0,25$.

   Pour ce faire, résolvons $60 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n < 0{,}25$.

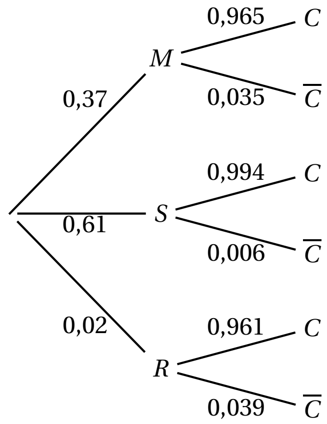
   $$60 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{4} \qquad 2^n > 240 \qquad n > \frac{\log 240}{\log 2}$$
   $$\left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{240} \qquad \log 2^n > \log 240 \qquad n \log 2 > \log 240 \qquad \frac{\log 240}{\log 2} \approx 7{,}91$$

   Le plus petit entier à partir duquel u_n est strictement inférieur à 0,25 est 8.
5. Sachant que la demi-vie de cet isotope de Thallium est d'environ 3 jours, déterminons le nombre de jours au bout desquels on est certain que l'activité radioactive de cet échantillon est strictement inférieure à 0,25 MBq.

   Il faut environ 8 demi-vies pour que l'activité radioactive de cet échantillon soit strictement inférieure à 0,25 MBq et la durée de cette demi-vie est 3 jours. Par conséquent, il faudra 24 jours pour être certain que l'activité radioactive de cet échantillon est strictement inférieure à 0,25 MBq.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1 :



EXERCICE 2 : Partie B