Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane
10 septembre 2019

EXERCICE 1 **6 points**

L'animatrice d'une maison de retraite propose deux sorties aux 80 résidents : la visite d'une fromagerie et la visite d'un musée.
Sur les 80 résidents,

— 30 résidents se sont inscrits à la visite de la fromagerie,
— 25 résidents se sont inscrits à la visite du musée,
— 20 résidents se sont inscrits aux deux visites.

1. Le tableau d'effectifs est complété sur le tableau situé en annexe 1, à rendre avec la copie.

2. On choisit un résident au hasard.
On note F l'évènement : « le résident est inscrit à la visite de la fromagerie ».
On note M l'évènement : « le résident est inscrit à la visite du musée ».

a. L'univers est l'ensemble des résidents d'une maison de retraite interrogés. La loi mise sur cet univers est la loi équiprobable. Il en résulte : la probabilité d'un évènement A est : $P(A) = \dfrac{\text{cardinal de A}}{\text{cardinal de l'univers}}$.
Le cardinal de l'univers est 80.
Déterminons les probabilités :
$P(F) = \dfrac{30}{80} = 0{,}375$ car 30 résidents se sont inscrits à la visite de la fromagerie,
$P(M) = \dfrac{25}{80} = 0{,}3125$ car 25 résidents se sont inscrits à la visite du musée.

b. L'évènement $F \cap M$ est l'évènement : « le résident est inscrit à la visite de la fromagerie et à la visite du musée ». La probabilité de cet évènement est $\dfrac{20}{80} = 0{,}25$.

c. La probabilité que le résident choisi au hasard soit inscrit à la visite de la fromagerie ou à la visite du musée est notée $P(F \cup M)$.
$P(F \cup M) = P(F) + P(M) - P(F \cap M) = 0{,}375 + 0{,}3125 - 0{,}25 = 0{,}4375$.

3. Déterminons $P_F(M)$. $P_F(M) = \dfrac{P(F \cap M)}{P(F)} = \dfrac{0{,}25}{0{,}375} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}667$.
Si le résident a visité la fromagerie alors la probabilité qu'il visite aussi le musée est de deux tiers.

4. **a.** Montrons que si un résident n'est pas inscrit à la visite du musée, alors il y a plus de 8 chances sur 10 pour qu'il ne soit pas inscrit à la visite de la fromagerie. Pour ce faire calculons $P_{\overline{M}}(\overline{F})$.

$$P_{\overline{M}}(\overline{F}) = \dfrac{P\left(\overline{F} \cap \overline{M}\right)}{P\left(\overline{M}\right)} = \dfrac{\frac{45}{80}}{\frac{55}{80}} \approx 0{,}818.$$

La probabilité que le résident ne soit pas inscrit à la visite de la fromagerie sachant qu'il n'est pas inscrit à la visite du musée est supérieure à 0,8.

b. L'animatrice affirme que si un résident n'est pas inscrit à une des visites, il y a une forte probabilité qu'il ne soit pas inscrit à l'autre.
Nous cherchons donc la probabilité que le résident ne soit pas inscrit à la visite de la fromagerie sachant qu'il n'est pas inscrit à la visite du musée ou que le résident ne soit pas inscrit à la visite du musée sachant qu'il n'est pas inscrit à la visite de la fromagerie.
$P\left(\overline{F} \cap M\right) + P\left(\overline{M} \cap F\right) = \dfrac{5}{80} + \dfrac{10}{80} = \dfrac{15}{80} \approx 0,18$ probabilité très faible comparée à celle de l'évènement contraire.
Cette affirmation est donc correcte.

EXERCICE 2 **8 points**

En France, nous sommes tous des donneurs potentiels d'organes et de tissus, sauf en cas de refus explicite. Dans un rapport sur l'application de la loi de bioéthique, en date de janvier 2018, l'agence de biomédecine fait état de l'évolution du nombre de donneurs décédés en état de mort encéphalique, et des prélèvements effectifs sur ces donneurs.

Les parties A *et* B *de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.*

Partie A : donneurs décédés

Le nombre de donneurs décédés, en état de mort encéphalique, de 2012 à 2016, est donné par le tableau suivant :

Année	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Nombre de donneurs y_i	3 301	3 336	3 547	3 579	3 676

Source : fédération des Associations pour le Don d'Organes et Tissus humains

1. Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé aux données du tableau précédent est représenté sur le graphique donné en annexe 1, à rendre avec la copie.

2. **a.** Montrons que les coordonnées du point moyen G de ce nuage sont G(2 ; 3487,8).
Le point moyen est le point G de coordonnées ($\overline{x}$; $\overline{y}$).

$$\overline{x}_G = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2 \quad ; \quad \overline{y}_G = \frac{3301+3336+3547+3579+3676}{5} = 3\,487{,}8$$

G (2 ; 3 487,8)

b. Le point G est placé sur le graphique de l'annexe 1.

3. Soit (D) la droite d'équation $= 99,1x + 3289,6$.

a. Montrons que G appartient à cette droite (D).
Le point G appartient à la droite (D) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 2. $y = 99{,}1 \times 2 + 3\,289{,}6 = 3\,487{,}8$.
Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à (D).

b. La droite (D) est tracée sur l'annexe 1. Nous avons pris les points de coordonnées (0 ; 3 289,6) et (6,25 ; 3 909).

4. On décide de faire un ajustement affine du nuage de points par la droite (D). On considère que cet ajustement est valable jusqu'en 2025. À l'aide de cet ajustement, estimons :

a. graphiquement, l'année à partir de laquelle le nombre de donneurs dépassera 4 000 ; nous lisons pour l'abscisse du point de la droite d'ordonnée 4 000 environ 7,2. Pour le rang de l'année, nous aurions alors 8, par conséquent nous pouvons estimer que le nombre des donneurs dépassera 4 000 en 2020.

b. par le calcul, le nombre de donneurs en 2023. En 2023 $x = 11$. En remplaçant x par 11 dans l'équation de la droite nous obtenons $y = 99{,}1 \times 11 + 3\,289{,}6 = 4\,379{,}7$. Selon ce modèle, nous pouvons estimer à 4 380 le nombre de donneurs en 2023.

Partie B : donneurs prélevés

Les donneurs décédés, en état de mort encéphalique, effectivement prélevés sont donnés par le tableau suivant :

Année	2012	2013	2014	2015	2016
Nombre de donneurs prélevés	1 589	1 627	1 655	1 769	1 770

La tendance de croissance observée sur la période 2012-2016 permet de modéliser l'évolution du nombre de donneurs prélevés chaque année, par une augmentation annuelle de 2,7 % à partir de l'année 2016.
On note alors v_n l'estimation, selon ce modèle, du nombre de donneurs prélevés au cours de l'année (2016+ n), pour n entier naturel.
Ainsi $v_0 = 1\,770$.

1. À un taux d'évolution de 2,7 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,027.
$v_1 = 1\,770 \times 1{,}027 \approx 1\,818$ et $v_2 = 1\,818 \times 1{,}027 \approx 1\,867$
Le résultat trouvé pour v_2 dans le contexte de l'exercice est le nombre de donneurs prélevés au cours de l'année 2018.

2. On utilise la feuille de calcul ci-dessous pour calculer l'estimation selon ce modèle du nombre de donneurs prélevés.
Une formule, à recopier vers la droite, que nous pouvons saisir dans la cellule C2 pour obtenir l'estimation du nombre de donneurs prélevés les années suivantes est : =B$2*1,027 ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Année**	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
2	Nombre de donneurs prélevés	1 770							

3. La suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,027.
4. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$.
   Pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,770 \times (1{,}027)^n$.
5. En 2023, $n = 7$, $u_7 = 1\,770 \times (1{,}027)^7 \approx 2\,132{,}879$. Selon ce modèle, nous pouvons estimer à 2 133 le nombre de donneurs prélevés en 2023.

Partie C :

Un analyste affirme que, selon les estimations des parties A et B, la proportion de donneurs décédés en état de mort encéphalique en 2023 qui seront effectivement prélevés ne dépassera pas 50 %. Calculons la proportion de donneurs prélevés par rapport aux donneurs décédés : $\dfrac{2133}{4\,380} \approx 0{,}486\,9$. Cette affirmation est donc correcte.

EXERCICE 3 **6 points**

Le réseau Sentinelles a recensé en continu le nombre de personnes atteintes de la grippe sur une période de 15 semaines au cours de l'hiver 2017.
Le seuil épidémique étant fixé à 175 cas pour 100 000 habitants, le suivi épidémiologique est déclenché après 7 semaines de recensement et s'achève à la fin de la 15e semaine.
La courbe en **annexe 2, à rendre avec la copie** représente l'évolution du nombre de cas pour 100 000 habitants sur la période de suivi épidémiologique.

Partie A : Lectures graphiques

On fera apparaître les traits utiles à la lecture.

1. **a.** Après dix semaines de recensement, le pic épidémiologique a été atteint.
   b. le nombre de cas recensés pour 100 000 habitants au moment de ce pic est de 400.
2. Durant un peu moins de cinq semaines, le nombre de cas de grippe pour 100 000 habitants a été supérieur à 300, entre la huitième et la moitié de la treizième semaine.
3. Après quatorze semaines de recensement le nombre de cas de grippe pour 100 000 habitants est redevenu inférieur au seuil épidémique.

Partie B : Étude de fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[7 ; 15]$ par :

$$f(x) = 1,3x^3 - 58,5x^2 + 780x - 2\,850.$$

Cette fonction f permet de modéliser, en fonction du temps x exprimé en semaines, l'évolution du nombre de cas de grippe pour 100 000 habitants sur la période de suivi épidémiologique.

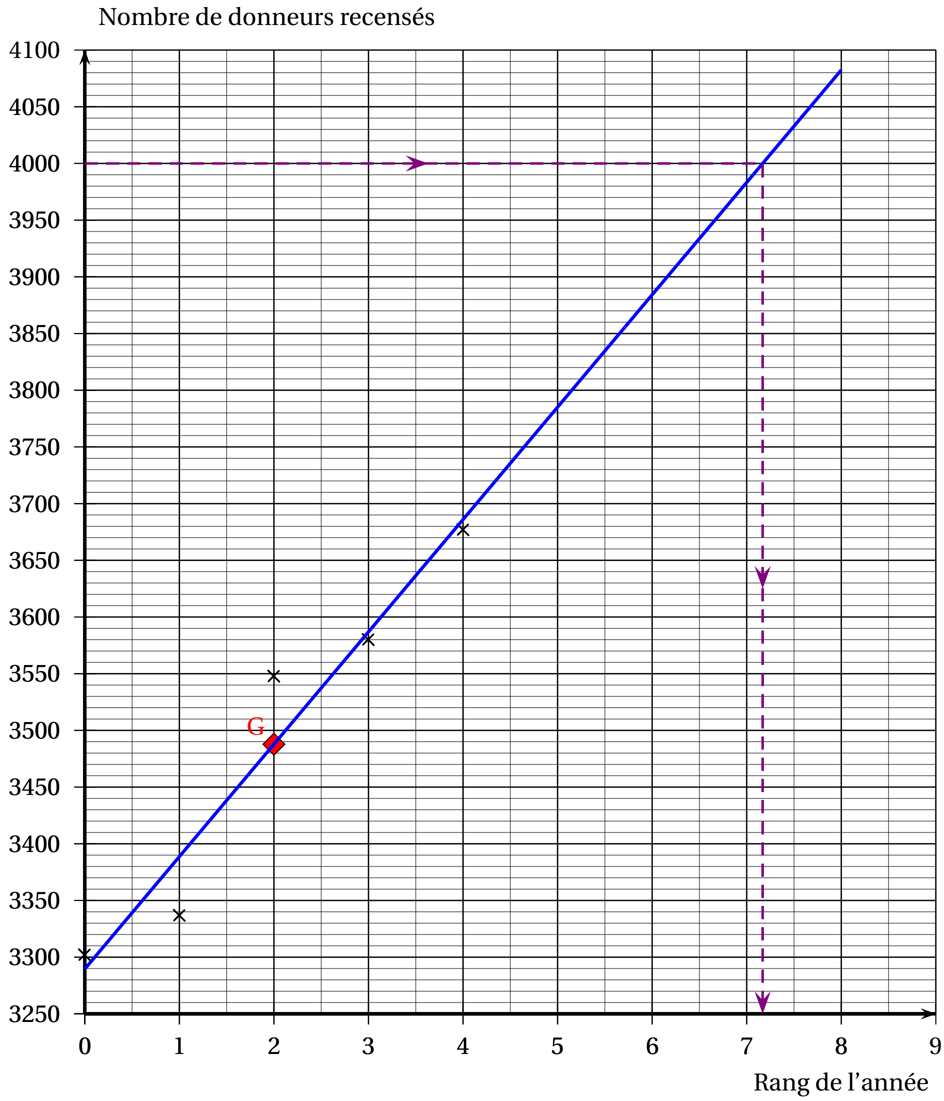
1. $f(7) = 189{,}4$, $f(10) = 400$ et $f(15) = 75$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Pour tout réel x de l'intervalle $[7 ; 15]$,
   $f'(x) = 1,3(3x^2) - 58,5(2x) + 780 = 3,9x^2 - 117x + 780 = 3,9(x^2 - 30x + 20)$.
   b. Vérifions que $f'(x) = 3,9(x-10)(x-20)$. Développons $3,9(x-10)(x-20)$.
   $3,9(x-10)(x-20) = 3,9(x^2 - 10x - 20x + 20) = 3,9(x^2 - 30x + 20)$. Nous retrouvons bien $f'((x)$.
3. Nous avons complété le tableau figurant en **annexe 2, à rendre avec la copie**, qui donne le signe de la dérivée f' et les variations de f.
   Justifions d'abord le sens de variation de f.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Sur $[7 ; 10[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Sur $]10 ; 15]$, $f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Annexe 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 : Tableau d'effectifs

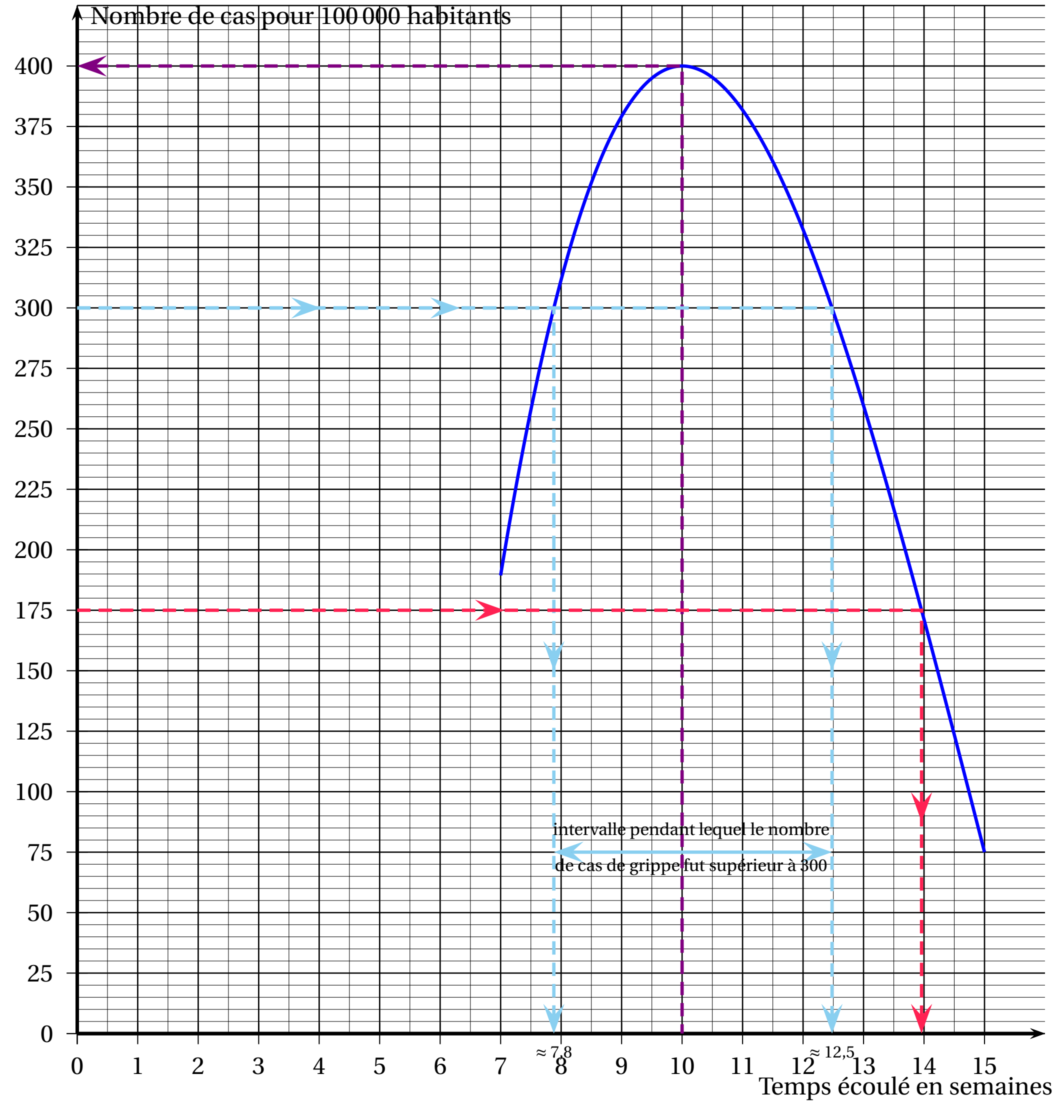
	Inscrits à la visite de la fromagerie	Non inscrits à la visite de la fromagerie	Total
Inscrits à la visite du musée	20	5	25
Non inscrits à la visite du musée	10	45	55
Total	30	50	80

Exercice 2 : Graphique



Annexe 2 à rendre avec la copie

Exercice 3 : Courbe du nombre de cas de grippe pour 100 000 habitants



Exercice 3 : Tableau de variations

x	7		10		15
signe de 3,9		$+$		$+$	
signe de $x-10$		$-$	0	$+$	
signe de $x-20$		$-$		$-$	
signe de $f'(x)=3,9(x-10)(x-20)$		$+$	0	$-$	
variations de f	189,4	$\nearrow$	400	$\searrow$	75