Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane
18 juin 2019

EXERCICE 1 **5 points**

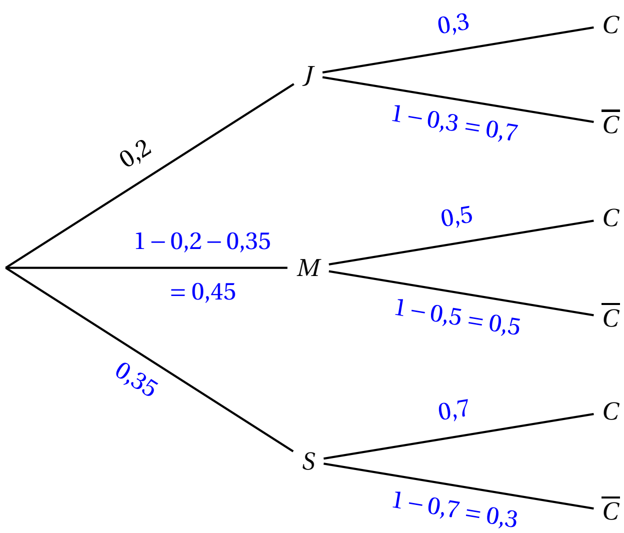
Dans le cadre d'une campagne de réduction de la quantité de déchets, une enquête sur les habitudes de compostage est menée auprès des habitants d'une ville.
Les informations recueillies ont permis d'établir que :

- 20 % des personnes interrogées ont moins de 30 ans et parmi elles 30 % pratiquent le compostage ;
- la moitié des personnes entre 30 et 50 ans pratiquent le compostage ;
- 35 % des personnes interrogées ont plus de 50 ans et parmi elles 70 % pratiquent le compostage.

On choisit au hasard une personne parmi celles interrogées.
On considère les événements suivants :

J : « la personne a moins de 30 ans » ; M : « la personne a entre 30 ans et 50 ans » ;
S : « la personne a plus de 50 ans » ; C : « la personne pratique le compostage ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, on complète l'arbre de probabilité :



2. $J \cap C$ est l'événement « la personne a moins de 30 ans et pratique le compostage ».
$p(J \cap C) = p(J) \times p_J(C) = 0,2 \times 0,3 = 0,06$
3. La probabilité de l'événement « la personne a plus de 50 ans et pratique le compostage » est
$p(S \cap C) = p(S) \times p_S(C) = 0,35 \times 0,7 = 0,245$
4. Pour savoir s'il y a plus d'une chance sur deux que la personne choisie pratique le compostage, on calcule $p(C)$.
D'après la formule des probabilités totales
$p(C) = p(J \cap C) + p(M \cap C) + p(S \cap C) = 0,06 + 0,45 \times 0,5 + 0,245 = 0,53.$
$p(C) > 0,5$ donc il y a plus d'une chance sur deux que la personne choisie pratique le compostage.
5. Sachant que la personne choisie pratique le compostage, la probabilité qu'elle ait plus de 50 ans est : $p_C(S) = \dfrac{p(S \cap C)}{p(C)} = \dfrac{0,245}{0,53} \approx 0,462.$

EXERCICE 2 **8 points**

La DREES a étudié l'évolution du nombre de bénéficiaires, en milliers, de l'ACTP (Allocation Compensatrice pour Tierce Personne) et de la PCH (Prestation de Compensation du Handicap), en France, de 2007 à 2016.

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de bénéficiaires (en milliers) de l'ACTP de 2007 à 2016.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Nombre de bénéficiaires de l'ACTP y_i (en milliers)	120	110	100	92	87	82	76	72	69	65
4	Taux d'évolution entre deux années consécutives (en %)			−9,1 %	−8,0 %	−5,4 %	−5,7 %	−7,3 %	−5,3 %	−4,2 %	−5,8 %

Source : DREES, direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques

1. Le taux d'évolution du nombre de bénéficiaires de l'ACTP entre 2007 et 2008 est, en pourcentage, $\dfrac{110-120}{120} \times 100 = -\dfrac{1}{12} \times 100 \approx -8,3$.
2. La formule, à recopier vers la droite, que l'on peut saisir en C4 pour obtenir les taux d'évolution entre deux années consécutives du nombre de bénéficiaires de l'ACTP est `= (C3 - B3) / B3`
3. Sur le graphique donné en **annexe 1**, on représente le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\,;\,y_i\right)$ associé aux données du tableau précédent.
4. $x_G = \overline{x} = \dfrac{0+1+2+3+4+5+6+7+8+9}{10} = 4,5$ et
$y_G = \overline{y} = \dfrac{120+110+100+92+87+82+76+72+69+65}{10} = 87,3$
Donc le point moyen G a pour coordonnées (4,5 ; 87,3).
5. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite (D) d'équation : $y = -5,9x + 113,85$.
   a. $-5,9x_G + 113,85 = -5,9 \times 4,5 + 113,85 = 87,3 = y_G$ donc $G \in (D)$.
   b. On détermine deux points pour tracer la droite (D) :

x	0,5	10,5
$-5,9x+113,85$	110,9	51,9
points	A (0,5 ; 110,9)	B (10,5 ; 51,9)

   On trace la droite (D) sur le graphique de l'**annexe 1**.
6. On prend cet ajustement comme modèle d'évolution jusqu'en 2019.
L'année 2019 correspond à $x = 12$ et $-5,9 \times 12 + 113,85 = 43,05$.
Donc on peut estimer à 43 000 le nombre de bénéficiaires de l'ACTP en 2019.

Partie B

En ce qui concerne la PCH (Prestation de Compensation du Handicap), le nombre de bénéficiaires en 2015 était de 266 000. On estime que le nombre de bénéficiaires augmente de 6 % par an à parti de 2015. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de bénéficiaires (en milliers) de la PCH, estimé selon ce modèle, pour l'année (2015+n). On a ainsi $u_0 = 266$.

1. $u_1 = u_0 + u_0 \times \dfrac{6}{100} = 266\left(1+\dfrac{6}{100}\right) = 281,96$
$u_2 = u_1 + u_1 \times \dfrac{6}{100} = 281,96\left(1+\dfrac{6}{100}\right) = 298,8776$

2. Ajouter 6 % c'est multiplier par 1,06 donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,06$ et de premier terme $u_0 = 266$. .
3. **a.** On en déduit que pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n = 266 \times 1,06^n$.

   b. L'année 2022 correspond à $n = 7$ donc une estimation du nombre de bénéficiaires de la PCH en 2022 est $u_7 = 266 \times 1,06^7$ milliers, soit environ 400 000.
4. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de bénéficiaires de la PCH dépassera 500 000, c'est chercher n tel que $u_n > 500$.

   À la calculatrice, on trouve $u_{10} \approx 476 < 500$ et $u_{11} \approx 505 > 500$; c'est donc à partir de $2015 + 11$ soit 2026 que le nombre de bénéficiaires de la PCH dépassera 500 000.

EXERCICE 3 — 7 points

Partie A :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 16]$ par : $f(x) = -0,16x^3 + 2,22x^2 - 3,7848x + 30$.

1. Pour tout réel x de $[0 ; 16]$, $f'(x) = -0,16 \times 3x^2 + 2,22 \times 2x - 3,7848 = -0,48x^2 + 4,44x - 3,7848$.
2. $$\begin{aligned}(x-8,3)(-0,48x+0,456) &= -0,48x^2 + 8,3 \times 0,48 + 0,456x - 8,3 \times 0,456\\ &= -0,48x^2 + 3,984x + 0,456x - 3,7848 = -0,48x^2 + 4,44x - 3,7848\\ &= f'(x)\end{aligned}$$
3. - $x - 8,3 > 0 \iff x > 8,3$
   - $-0,48x + 0,456 > 0 \iff 0,456 > 0,48x \iff \dfrac{0,456}{0,48} > x \iff x < 0,95$
   - $f(0) = 30$; $f(0,95) \approx 28,27$; $f(8,3) \approx 60,04$; $f(16) = -117,60$

   On complète le tableau de l'**annexe 2**, qui donne le signe de la dérivée f' et les variations de f.
4. L'arrondi à l'unité du maximum de la fonction f sur $[0 ; 16]$ est 60, et la valeur pour laquelle il est atteint est 8,3.

Partie B :

On s'intéresse à l'évolution de la quantité d'antigènes, d'une part, et de la quantité d'anticorps, d'autre part, présents dans le sang d'une personne contaminée par des bactéries pathogènes, dans les jours qui suivent la contamination.
On donne en **annexe 2**, les courbes représentatives de deux fonctions dans un repère du plan :

- $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f étudiée dans la partie A : elle représente la quantité d'antigènes présents dans le sang en UA (Unité Arbitraire) en fonction du temps (en jours) écoulé depuis la contamination.
- $\mathscr{C}_g$ représente la quantité d'anticorps dans le sang en UA (Unité Arbitraire) en fonction du temps (en jours) écoulé depuis la contamination.

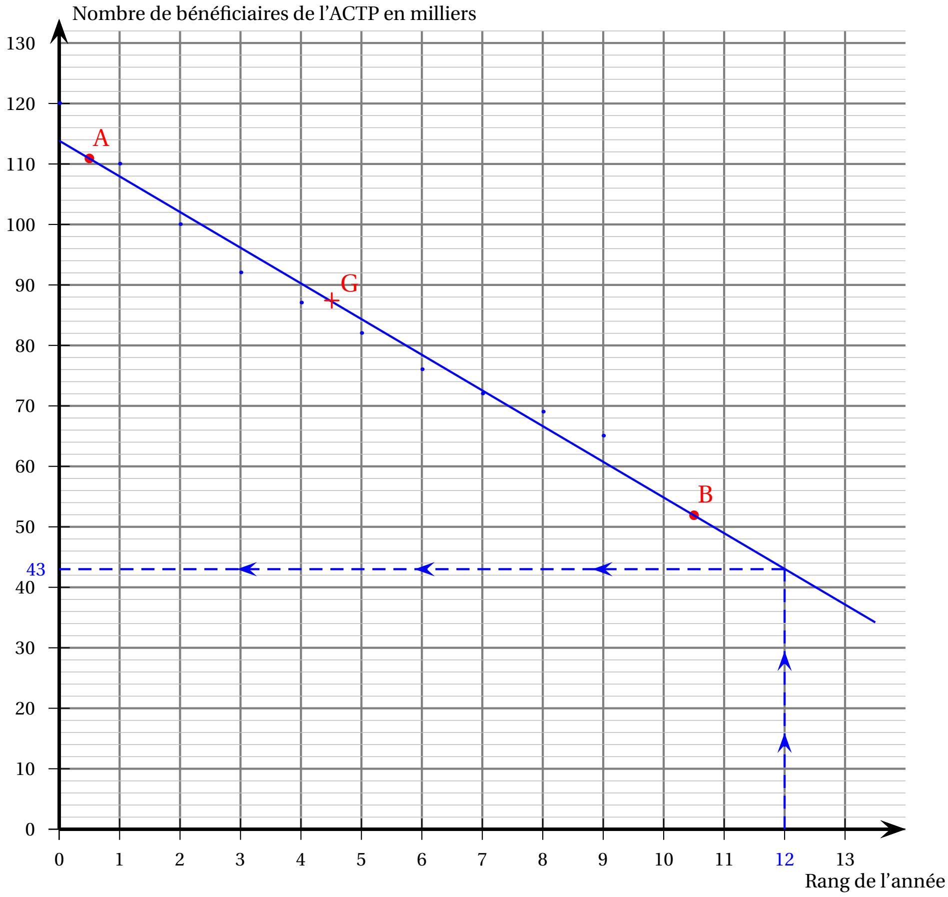
1. **a.** La quantité d'antigènes présents dans le sang 6,5 jours après la contamination est d'environ 55 UA (voir graphique).

   b. La production d'anticorps commence au bout de 3 jours (voir graphique).
2. La quantité d'antigènes dépasse 50 UA pendant environ 5 jours (voir graphique).
3. La quantité d'antigènes est maximale au bout de 8,3 jours, soit 8 jours 7 heures et 12 minutes. Cette quantité maximale en UA est d'environ 60.
4. La personne est considérée comme guérie lorsque la quantité d'anticorps présents dans le sang est supérieure à la quantité d'antigènes présents dans le sang.

   D'après le graphique, la personne peut être considérée comme guérie au bout de 12,25 jours, soit 12 jours et 6 heures.

Annexe 1 **à rendre avec la copie**

Exercice 2 :



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 : Partie A

x	0		0,95		8,3		16
signe de $x-8,3$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $-0,48x+0,456$		$+$	0	$-$		$-$	
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f	30	↘	$\approx 28,27$	↗	$\approx 60,04$	↘	$\approx -117,60$

EXERCICE 3 : Partie B