∾ Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane 16 juin 2017 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau suivant provient de données statistiques sur les accidents cyclistes en France métropolitaine en 2008 :

Âge	Blessés hospitalisés	Blessés non hospitalisés
0-14 ans	275	383
15-24 ans	245	611
25-44 ans	337	965
45-64 ans	458	669
65 ans ou +	224	219
Total	1539	2847

Source : fubicy.org

Partie A : *on arrondira les résultats à* 0,1 %

1. Parmi les blessés suite à un accident de vélo en France métropolitaine en 2008, déterminons le pourcentage de personnes hospitalisées c'est-à-dire le quotient du nombre de personnes hospitalisées par le nombre de personnes blessées. $\dfrac{1539}{4386} \approx 0{,}35088$, c'est-à-dire à 0,1 % près 35,1 %.
2. Parmi les blessés hospitalisés suite à un accident de vélo en France métropolitaine en 2008, déterminons le pourcentage de personnes âgées de 45 à 64 ans c'est-à-dire le quotient du nombre de personnes hospitalisées âgées de 45 à 64 ans par le nombre de personnes hospitalisées. $\dfrac{458}{1539} \approx 0{,}2976$, c'est-à-dire à 0,1 % près 29,8 %.
3. Parmi les 15 à 24 ans blessés suite à un accident de vélo en France métropolitaine en 2008, déterminons le pourcentage de blessés non hospitalisés c'est-à-dire le quotient du nombre de personnes âgées de 15 à 24 ans non hospitalisées par le nombre de personnes de 15 à 24 ans. $\dfrac{611}{245+611} \approx 0{,}7138$, c'est-à-dire à 0,1 % près 71,4 %.
4. Les accidents sont considérés comme graves lorsque les blessés sont hospitalisés. Un article affirme : « À partir de 25 ans, la gravité des accidents cyclistes augmente avec l'âge ».
   Cette affirmation semble vraie au vu des données de l'énoncé. Si nous considérons la proportion de personnes blessées hospitalisées parmi les personnes blessées de la même tranche d'âge, nous obtenons 0,2588 pour les 25-44 ans, 0,4064 pour les 45-64 ans et 0,5056 pour les plus de 65 ans. Nous ne pouvons que constater un accroissement du nombre d'hospitalisation selon le vieillissement des tranches d'âge.

Partie B : *on arrondira les résultats à* 0, 01 *près*

On contacte au hasard une personne blessée suite à un accident de vélo en France métropolitaine en 2008.
On définit les évènements suivants :
H : « La personne contactée a été hospitalisée »
A : « La personne contactée a entre 25 et 44 ans »
B : « La personne contactée a 45 ans ou plus »

1. Calculons la probabilité des évènements H, A et B.
   L'univers est l'ensemble des personnes blessées suite à un accident de vélocipède. La loi de probabilité mise sur cet univers est la loi équiprobable.
   La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$
   Le nombre d'éléments de l'univers est 4 386.
   $p(H) = \dfrac{1539}{4386} \approx 0{,}35$
   $p(A) = \dfrac{1302}{4386} \approx 0{,}30$

$p(B) = \dfrac{1570}{4386} \approx 0{,}36$

2. $H \cap A$ l'évènement : « la personne contactée a été hospitalisée et est âgée entre 25 et 44 ans ».
$p(H \cap A) = \dfrac{337}{4386} \approx 0{,}08.$

3. La probabilité que la personne contactée soit âgée de 45 ans ou plus sachant qu'elle a été hospitalisée est notée $p_H(B)$.
$p_H(B) = \dfrac{p(H \cap B)}{p(H)} = \dfrac{\frac{458+224}{4386}}{\frac{1539}{4386}} \approx 0{,}44$

EXERCICE 2 **8 points**

Les tableaux ci-dessous donnent, pour certaines années, l'espérance de vie, en années, des femmes et des hommes à divers âges en France (hors Mayotte).

	Espérance de vie des femmes		
Année	à 0 an	à 20 ans	à 60 ans
1995	81,9	62,5	24,9
2000	82,8	63,4	25,6
2005	83,8	64,3	26,4
2010	84,6	65,1	27,1

Par exemple, en 1995, une femme de 20 ans vivant en France (hors Mayotte) avait une espérance de vie restante de 62,5 années. Cela signifie qu'il était estimé en 1995 que les femmes de 20 ans vivraient, en moyenne, jusqu'à 82,5 ans.

	Espérance de vie des hommes		
Année	à 0 an	à 20 ans	à 60 ans
1995	73,8	54,7	19,7
2000	75,2	56,0	20,4
2005	76,7	57,4	21,4
2010	78,0	58,6	22,4

Source : Insee, statistiques de l'état civil et estimations de population - Juin 2015

Cet exercice porte sur les femmes et les hommes vivant en France (hors Mayotte).

Partie A : Étude de l'espérance de vie des hommes de 60 ans.

1. D'après les indications du tableau, en 2010, l'espérance de vie restante d'un homme de 60 ans était de 22,4 années.

2. **a.** Calculons le pourcentage d'évolution, à 0,1 % près, entre l'espérance de vie restante en 1995 d'un homme de 60 ans et l'espérance de vie restante en 2010 d'un homme de 60 ans.
Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.
$\mathcal{T}_H = \dfrac{22{,}4 - 19{,}7}{19{,}7} \approx 0{,}1371$ soit en pourcentage à 0,1 % près 13,7 %.

   b. Pour comparer ce pourcentage d'évolution de l'espérance de vie restante des hommes de 60 ans à celui des femmes de 60 ans, sur la même période, calculons d'abord le pourcentage d'augmentation de l'espérance de vie des femmes âgées de 60 ans .
$\mathcal{T}_F = \dfrac{27{,}1 - 24{,}9}{24{,}9} \approx 0{,}08835$ soit en pourcentage 8,8 %.
L'espérance de vie des hommes de 60 ans s'est accru, durant cette période, beaucoup plus rapidement que celui des femmes.

3. L'espérance de vie restante des hommes de 60 ans a augmenté de 5 % entre 2010 et 2015.
En apprenant cette bonne nouvelle, Jacques, un homme de 60 ans en 2015 affirme : « les hommes de ma génération peuvent légitimement espérer vivre jusqu'à 83 ans et demi ! »
À un taux d'évolution de 5 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,05. L'espérance de vie pour un homme de 60 ans s'élèvera à $22{,}4 \times 1{,}05$ soit 23,52. Ainsi, en 2015, un homme de 60 ans peut espérer vivre jusqu'à 83,5 ans.

Partie B : Étude de l'espérance de vie à la naissance

L'espérance de vie à 0 an est aussi appelée espérance de vie à la naissance.

1. Espérance de vie à la naissance des femmes

a. Le nuage de points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ où x représente l'année de naissance et y représente l'espérance de vie des femmes à la naissance, selon le tableau de l'Insee est représenté sur le graphique de l'annexe 1, à rendre avec la copie.

b. Les coordonnées du point moyen, G, sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

$$\overline{x}_G = \frac{1995+2000+2005+2010}{4} = 2\,002{,}5 \qquad \overline{y}_G = \frac{81{,}9+82{,}8+83{,}8+84{,}6}{4} = 83{,}275$$

G $(2\,002{,}5\ ;\ 83{,}275)$ est placé sur le graphique.

c. La forme du nuage de points montre qu'un ajustement affine est pertinent.

Un logiciel donne $y = 0,182x - 281,18$ comme équation de la droite qui réalise au mieux cet ajustement.

Cette droite est tracée sur le graphique.

d. D'après cet ajustement, lisons sur le graphique avec la précision permise par celui-ci l'espérance de vie prévisible à la naissance des femmes qui naîtront en 2020. En lisant l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 2020, nous trouvons environ 86,5.

2. Comparaison de l'espérance de vie des femmes et de celle des hommes à la naissance

De manière similaire, un ajustement affine est pertinent pour le nuage de points $(x\ ;\ y)$ où x représente l'année de naissance et y représente l'espérance de vie à la naissance des hommes, selon le tableau de l'Insee.

Un logiciel donne $y = 0,282x - 488,78$ comme équation de la droite qui réalise au mieux cet ajustement.

Pour cette dernière question, on estime que les ajustements affines proposés dans cet exercice sont fiables jusqu'en 2050.

À partir de cette hypothèse, nous ne pouvons pas déduire qu'en 2050, l'espérance de vie à la naissance des hommes dépassera celle des femmes.

Graphiquement, il n'y a aucun point commun entre ces deux droites d'ajustement, celle des hommes restant « en dessous » de celle des femmes.

Par le calcul résolvons $0,282x - 488,78 \geqslant 0,182x - 281,18$.

$0,282x - 488,78 \geqslant 0,182x - 281,18$; $0,282x - 0,182x \geqslant 488,78 - 281,18$; $0,1x \geqslant 207,6$; $x \geqslant 2076$

Selon ce modèle, l'espérance des hommes à la naissance rejoindrait celle des femmes qu'en 2076 or à cette époque le modèle n'est plus pertinent.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A :

Une dose d'un médicament est injectée dans le sang par piqûre intraveineuse. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et que sa concentration initiale dans le sang est égale à 85 mg/L. On admet que le corps élimine chaque heure 25 % du médicament.

On considère la suite (C_n) où C_n désigne la concentration en mg/L de médicament dans le sang n heures après l'injection avec n désignant un entier naturel. On a ainsi $C_0 = 85$ mg/L.

1. À une baisse de 25 % correspond un coefficient multiplicateur de 0,75.

$C_1 = 85 \times 0,75 = 63,75$, $C_2 = 63,75 \times 0,75 \approx 47,81$, résultats arrondis à 0,01.

C_1 désigne la concentration dans le sang une heure après l'injection, C_2 deux heures après.

2. Passant d'un terme au suivant en le multipliant par un même nombre, la suite (C_n) est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme $C_0 = 85$.

3. Pour calculer à chaque heure la concentration de médicament présente dans le sang, on utilise un tableur. La feuille de calcul est reproduite en annexe 2, à rendre avec la copie.

Une formule à recopier vers le bas, que nous pouvons saisir dans la cellule B3 pour obtenir les premières valeurs de la suite (C_n) est = $B2*0,75

4. Exprimons C_n en fonction de n.
   Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.
   $C_n = 85 \times (0{,}75)^n$.
   La concentration de médicament dans le sang au bout de 14 heures est C_{14}.
   $C_{14} = 85 \times (0{,}75)^{14} \approx 1{,}51$ valeur arrondie à $0{,}01$.

Partie B :

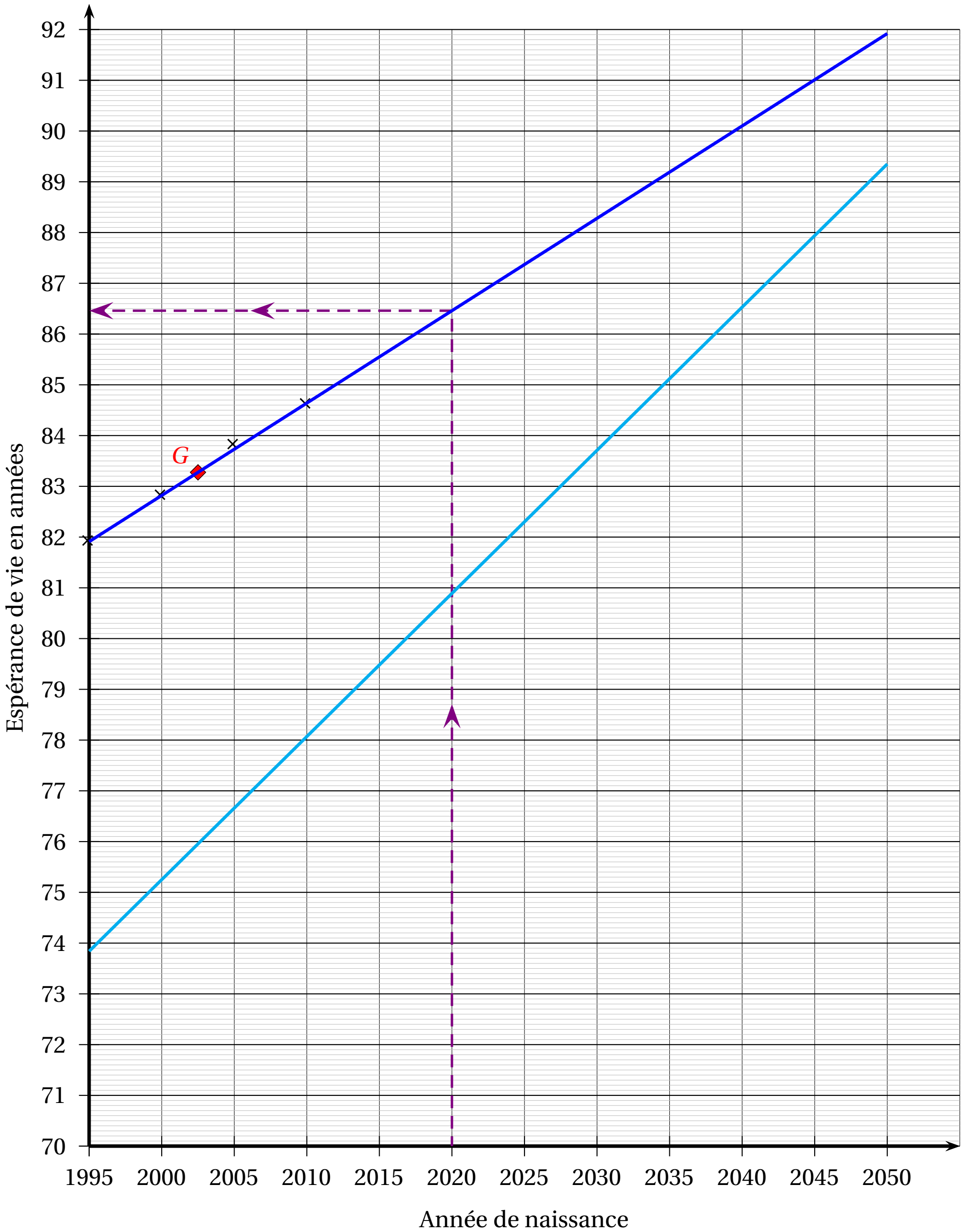
Pour avoir des résultats plus précis, on admet que la concentration en mg/L de médicament dans le sang t heures après l'injection peut être modélisée par la fonction G définie sur $[0 ; 19]$ par :$G(t) = 85 \times 0{,}75^t$.

La courbe représentative de la fonction G est tracée en annexe 2.

1. Par lecture graphique, avec la précision permise par celui-ci, déterminons :
   a. La concentration de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures et 30 minutes. Nous lisons l'ordonnée de la courbe d'abscisse 4,5 soit environ 23,3
   b. Le temps à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 50 % de la concentration initiale.
   Nous traçons la droite d'équation y=42,5 et nous lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec la courbe. Nous trouvons environ 2,4. La concentration de médicament dans le sang est inférieure à 50 % de la concentration initiale à partir de 2 heures 24 minutes.
2. Déterminons par le calcul une valeur approchée à $0{,}1$ heure près du temps t_0 à partir duquel la concentration de médicament dans le sang est inférieure à 20 % de la concentration initiale.
   Pour ce faire,résolvons $85 \times 0{,}75^t < 85 \times 0{,}2$.
   $0{,}75^t < 0{,}2$; $t \log 0{,}75 < \log 0{,}2$; $t > \dfrac{\log 0{,}2}{\log 0{,}75}$
   $t_0 = \dfrac{\log 0{,}2}{\log 0{,}75} \approx 5{,}6$ soit cinq heures et 36 minutes.

Annexe 1
à rendre avec la copie

Exercice 2



Annexe 2
à rendre avec la copie

Exercice 3

Partie A

	A	B
1	n	C_n
2	0	85,00
3	1	
4	2	
5	3	35,86
6	4	26,89
7	5	20,17
8	6	15,13
9	7	11,35
10	8	8,51
11	9	6,38
12	10	4,79

Partie B