

Durée : 2 heures

∞ Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane ∞  
12 septembre 2014

EXERCICE 1

7 points

Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A :**

L'indice de masse corporelle d'une personne (IMC) se calcule grâce à la formule suivante :  $IMC = \frac{Masse}{(Taille)^2}$

dans laquelle la masse est exprimée en kilogramme et la taille en mètre.

On précise qu'une personne est en surpoids si son IMC est supérieur ou égal à 25.

On a demandé à un groupe de 10 élèves de donner leur masse et leur taille. Les données ont ensuite été consignées dans une feuille automatisée de calcul reproduite ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Elève numéro :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Masse (en kg)	54	65	64	70	72	61	64	76	45	78
3	Taille (en m)	1,73	1,84	1,65	1,62	1,70	1,74	1,86	1,57	1,60	1,71
4	IMC	18,0	19,2	23,5	26,7	24,9	20,1	18,5	30,8	17,6	26,7

La ligne 4 est au format nombre avec une décimale.

1. Une formule qui a pu être saisie dans la cellule B4 puis recopiée vers la droite jusqu'à la cellule K4 pour calculer l'IMC des 10 élèves est :  $=B\$2/B\$3^2$ .
2. Déterminons la proportion d'élèves en surpoids dans ce groupe. Il y a trois élèves en surpoids parmi les dix interrogés par conséquent  $\frac{3}{10} = 30\%$ .  
Le pourcentage d'élèves en surpoids dans ce groupe est 30 %.

**Partie B :**

En 2012, en France, on comptait une proportion d'hommes d'environ 47,5%.

Environ 42% des femmes et 54% des hommes étaient en surpoids. (source : rapport OBEPI 2012)

On choisit une personne au hasard dans la population française, chaque personne ayant la même probabilité d'être choisie.

On désigne par les lettres  $F$ ,  $H$  et  $S$  les événements suivants :

$F$  : « la personne choisie est une femme »

$H$  : « la personne choisie est un homme »

$S$  : « la personne choisie est en surpoids »

On désigne par  $\bar{S}$  l'événement contraire de l'événement  $S$ .

1. a. La probabilité  $P(F)$  que la personne choisie soit une femme est 0,525. En effet  $F = \bar{H}$  d'où  
 $P(F) = 1 - 0,475 = 0,525$ .  
b. La probabilité notée  $P_H(S)$  que la personne choisie soit en surpoids sachant que c'est un homme est 0,54 car 54% des hommes étaient en surpoids.
2. L'arbre des probabilités donné dans l'annexe, à rendre avec la copie a été complété.  
a.  $H \cap S$  est l'événement : « La personne choisie est un homme en surpoids ».  
b. Calculons sa probabilité.  $P(H \cap S) = P(H) \times P_H(S) = 0,475 \times 0,54 = 0,2565$ .
3. Calculons  $P(S)$ .  $P(S) = P(H \cap S) + P(F \cap S) = 0,2565 + P(F) \times P_F(S) = 0,2565 + 0,525 \times 0,42 = 0,2565 + 0,2205 = 0,477$ .

4. Les événements  $S$  et  $H$  sont indépendants si  $P(H \cap S) = P(S) \times P(H)$ .

$$P(H \cap S) = 0,2565 \quad P(H) \times P(S) = 0,475 \times 0,477 = 0,226575.$$

Les événements  $H$  et  $S$  ne sont pas indépendants.

5. La probabilité de choisir un homme sachant que la personne choisie est en surpoids est notée  $P_S(H)$ .

$$P_S(H) = \frac{P(H \cap S)}{P(S)} = \frac{0,2565}{0,477} \approx 0,5377.$$

La probabilité de choisir un homme sachant que la personne choisie est en surpoids est 0,578 à 0,001 près.

## EXERCICE 2

5 points

Le tableau ci-dessous donne la population française, hors Mayotte, de l'année 2004 à l'année 2013.

Année	Rang de l'année ( $x_i$ )	Population ( $y_i$ ) (en milliers d'habitants)
2004	1	62 251
2005	2	62 731
2006	3	63 186
2007	4	63 601
2008	5	63 962
2009	6	64 305
2010	7	64 613
2011	8	64 949
2012	9	65 281
2013	10	65 586

Source : INSEE (en 2011, 2012 et 2013, les données sont provisoires)

On donne, en annexe, le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$ .

1. a. Les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  sont  $(\bar{x}; \bar{y})$

$$\bar{x}_G = \frac{1 + 2 + \dots + 9 + 10}{10} = 5,5 \quad \bar{y}_G = \frac{62\,251 + 62\,731 + \dots + 65\,586}{10} \approx 64\,046,5$$

$G(5,5; 64\,046,5)$  est placé sur le graphique.

- b. On admet que la droite  $D$  de coefficient directeur 364 passant par le point  $G$  constitue un ajustement du nuage de point  $M_i(x_i; y_i)$ .

Montrons que l'équation réduite de la droite  $D$  est :  $y = 364x + 62\,044,5$ .

Pour ce faire, écrivons que la droite passe par  $G$  :

$$64\,046,5 = 364 \times 5,5 + p \text{ d'où } p = 64\,046,5 - 2\,002 = 62\,044,5.$$

- c. la droite  $D$  a été tracée sur le graphique en annexe, à rendre avec la copie.

2. En utilisant l'ajustement précédent, déterminons par le calcul, une estimation de la population française hors Mayotte, en 2015.

En 2015, le rang de l'année est 12. Remplaçons  $x$  par 12 dans l'équation de la droite :

$$y = 364 \times 12 + 62\,044,5 = 66\,412,5.$$

3. Selon l'ajustement de la question 1. b., la population française, hors Mayotte, dépasserait 67 000 milliers d'habitants au cours de l'année 2017.

$$\text{Résolvons } 364x + 62\,044,5 \geq 67\,000. \quad x \geq \frac{67\,000 - 62\,044,5}{364} \text{ or } \frac{67\,000 - 62\,044,5}{364} \approx 13,6.$$

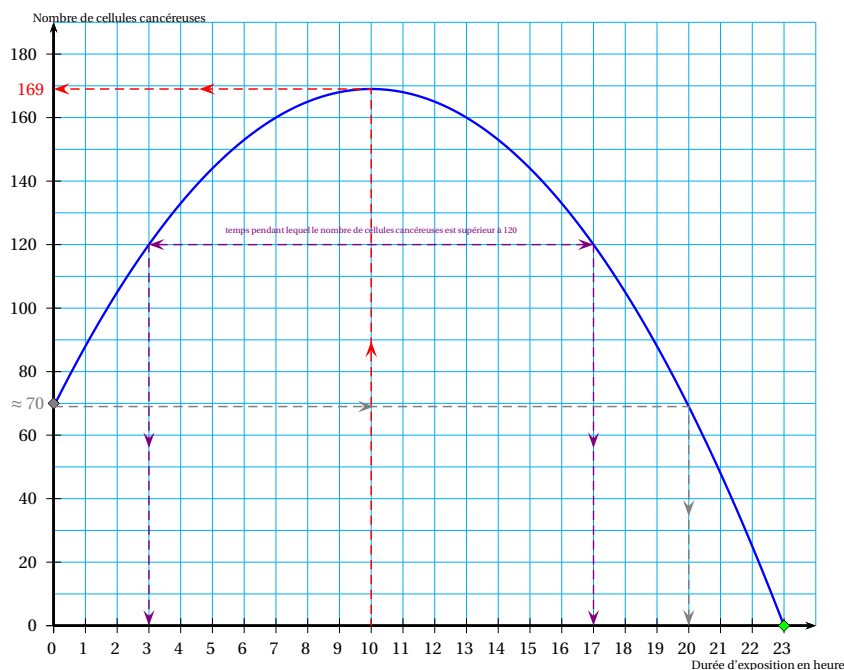
**EXERCICE 3****8 points**

Un laboratoire de recherches médicales observe « in vitro » la multiplication, par mitose accélérée, d'une cellule cancéreuse. Les chercheurs veulent étudier l'effet du rayonnement d'ondes millimétriques sur les cellules cancéreuses. Après une période de multiplication des cellules, on note  $t = 0$ , l'instant à partir duquel commence l'exposition au rayonnement d'ondes millimétriques.

La courbe ci-dessous est la représentation graphique du nombre de cellules cancéreuses depuis le début du rayonnement.

**Partie A : Étude graphique**

1. Le nombre de cellules cancéreuses au début du rayonnement est environ 70. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe appartenant à l'axe des ordonnées.
2. La durée d'exposition au rayonnement pour que le nombre de cellules cancéreuses redevienne celui qu'il était au début de l'exposition est approximativement de 20 heures. Nous lisons l'autre abscisse du point de la courbe d'ordonnée 70.
3.
  - a. Après dix heures d'exposition le nombre de cellules cancéreuses paraît maximum.
  - b. La valeur de ce maximum est alors, avec la précision permise par le graphique de 169 cellules.
4. Déterminons pendant quelle durée d'exposition le nombre de cellules cancéreuses est supérieur ou égal à 120. Les abscisses des points d'ordonnée 120 sont 3 et 17. Il en résulte que pendant quatorze heures environ, le nombre de cellules a été d'au moins cent vingt.
5. La durée d'exposition nécessaire pour détruire toutes les cellules cancéreuses est de 23 heures. Nous lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée nulle.

**Partie B : Étude théorique**

Après observation, les chercheurs conviennent de modéliser l'évolution du nombre de cellules cancéreuses exposées à ce rayonnement par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 23]$  par

$$f(t) = -t^2 + 20t + 69$$

où  $t$  est la durée d'exposition et  $f(t)$  le nombre de cellules cancéreuses après  $t$  heures d'exposition à ce rayonnement.

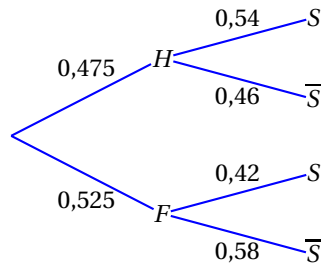
1.  $f(15) = -(15)^2 + 20 \times 15 + 69 = 144$ . Ce résultat est le nombre de cellules cancéreuses après 15 heures d'exposition.
2.  $f'(t) = -(2t) + 20$  pour  $t$  appartenant à l'intervalle  $[0; 23]$ .
3. Étudions le signe de  $f'(t)$  sur l'intervalle  $[0; 23]$ . Sur  $\mathbb{R}$ ,  $-2t + 20 > 0 \iff t < 10$ .  
Par conséquent si  $t \in [0; 10[$ ,  $f'(t) > 0$ , si  $t \in ]10; 23]$ ,  $f'(t) < 0$ .
4. Étudions les variations de  $f$ .  
Si pour tout  $x \in I$ ,  $f'(x) < 0$  alors la fonction  $f$  est strictement décroissante sur  $I$ .  
Sur  $]20; 23]$ ,  $f'(x) < 0$ , par conséquent,  $f$  est strictement décroissante sur cet intervalle.  
Si pour tout  $x \in I$ ,  $f'(x) > 0$  alors  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .  
Sur  $[0; 10[$ ,  $f'(x) > 0$ , par conséquent  $f$  est strictement croissante sur cet intervalle.  
Dressons le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0; 23]$ .

$x$	0	10	23	
$f'(x)$		+	0	-
Variation de $f$		169		
	69	↘		0

5. Le tableau de variations précédent nous permet de montrer que le maximum de la fonction  $f$  est atteint pour 10 et que ce maximum vaut 169.  
Après 10 heures d'exposition, le nombre maximal de cellules cancéreuses est 169.

Annexe (à rendre avec la copie)

Exercice 1 : question B 2.



Exercice 2 : question 1.

