∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles-Guyane septembre 2015 ∾

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 **8 points**

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Le tableau ci-dessous indique les dépenses de santé des soins hospitaliers de l'année 2008 à l'année 2013.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Dépense en milliards d'euros : y_i	76	79	81	82	84	87

Source : comptes-santé-2013-DREES

Partie 1

1. Le montant de la CSBM (consommation de soins et de biens médicaux) pour l'année 2013 était de 187 milliards d'euros.

   Calculons la part des dépenses de santé des soins hospitaliers en 2013 par rapport au montant de la CSBM.

   $\dfrac{87}{187} \approx 0{,}465$. Les dépenses de santé représentent environ 46,5 % de la consommation de soins et de biens médicaux.

2. Construisons le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   *On prendra 1*cm *pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1*cm *pour 1 milliard d'euros sur l'axe des ordonnées. On commencera la graduation sur l'axe des ordonnées à 73.*

3. Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Les coordonnées de G sont $\left(\overline{x}\ ;\ \overline{y}\right)$.

$$\overline{x_G} = \frac{1+2+\cdots+5+6}{6} = 3{,}5 \quad \overline{y_G} = \frac{76+79+\cdots+84+87}{6} = 81{,}5$$

   G (3,5 ; 81,5) est placé sur le graphique précédent.

4. On fait l'hypothèse que l'évolution des dépenses de santé des soins hospitaliers est correctement modélisée par la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 2x + 74,5$.

   a. Le point G appartient à la droite $\mathscr{D}$ si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 3,5. $y = 2 \times 3{,}5 + 74{,}5 = 81{,}5$.

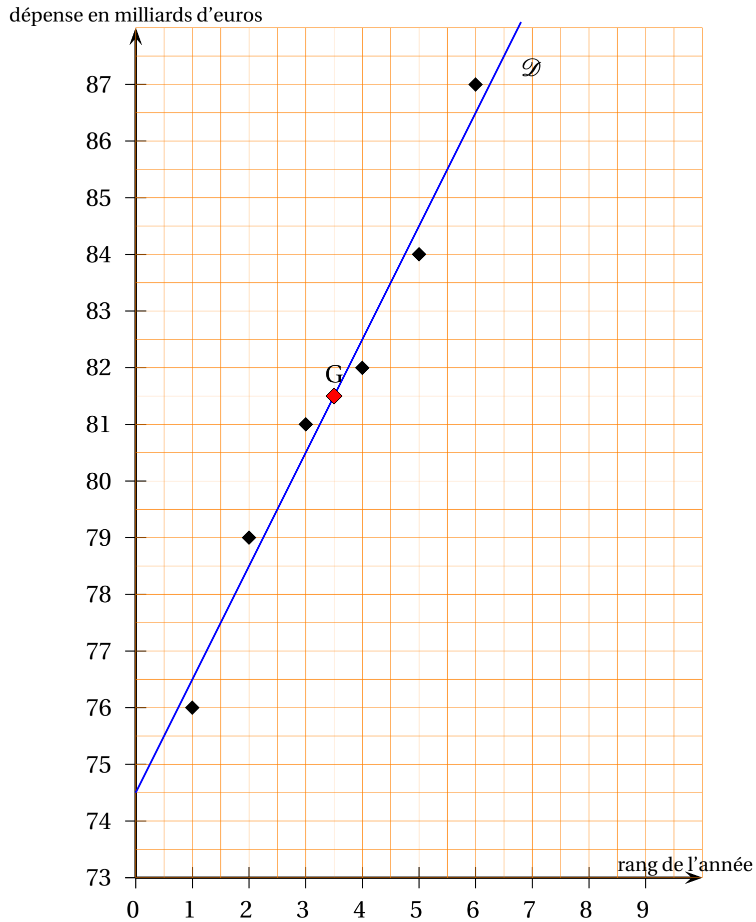
   Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à $\mathscr{D}$.

   b. La droite $\mathscr{D}$ est tracée dans le repère précédent.

   c. Selon ce modèle, estimons la dépense de santé des soins hospitaliers pour l'année 2014.

   Pour ce faire remplaçons x par le rang de l'année. $y = 2 \times 7 + 74{,}5 = 88{,}5$.

   Une estimation de la dépense de santé des soins hospitaliers pour l'année 2014 est d'environ 88,5 milliards d'euros.



Partie 2

Ces mêmes dépenses de santé des soins hospitaliers ont été saisies dans une feuille de calcul d'un tableur représentée ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Dépense en milliards d'euros	76	79	81	82	84	87
3	Taux d'évolution						

1. **a.** Calculons le taux d'évolution de ces dépenses entre les années 2012 et 2013.
   Le taux t est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{87-84}{84} \approx 0{,}0357$.
   Le taux d'augmentation de ces dépenses entre 2012 et 2013 est, arrondi à 0, 1 % près, d'environ 3,6 %.

   b. Une formule à saisir dans la cellule C3 pour obtenir, après recopie vers la droite, les taux d'évolution en pourcentage de ces dépenses entre deux années consécutives (les cellules de la ligne 3 sont au format pourcentage) est =(C$2-B$2)/B$2.

2. On fait l'hypothèse qu'à partir de l'année 2013, les dépenses de santé des soins hospitaliers augmentent de 3 % tous les ans. Ces dépenses sont modélisées par la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 87$ et de raison 1,03.

   a. Calculons u_3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$. $u_n = 87 \times (1{,}03)^n$. Il en résulte que : $u_3 = 87 \times 1{,}03^3 \approx 95$.

b. u_3 représente, dans le contexte de l'exercice, les dépenses de santé des soins hospitaliers en 2016 (2013+3).

c. Chaque année le plafond des dépenses de santé des soins hospitaliers est fixé à 100 milliards d'euros. Selon ce modèle, déterminons à partir de quelle année les dépenses de santé des soins hospitaliers dépasseront ce plafond. Pour ce faire, résolvons
$87 \times (1.03)^n > 100$

$$\begin{aligned} 87 \times 1{,}03^n &> 100\\ 1{,}03^n &> \frac{100}{87} \qquad \text{nous prendrons par la suite } 1{,}149\,425\\ \log 1{,}03^n &> \log 1{,}149\,425\\ n \log 1{,}03 &> \log 1{,}149\,425\\ n &> \frac{\log 1{,}149\,425}{\log 1{,}03}\\ \frac{\log 1{,}149\,425}{\log 1{,}03} &\approx 4{,}71 \end{aligned}$$

Selon ce modèle, en 2018 (2013+5), les dépenses de santé dépasseront les 100 milliards d'euros.

EXERCICE 2 — 6 points

En 2012, 774 868 permis de conduire en catégorie B ont été délivrés, dont 181 006 via la filière de l'AAC (apprentissage anticipé de la conduite). Le tableau ci-dessous présente les statistiques de réussite à l'examen du permis de conduire de catégorie B pour l'année 2012.

CANDIDATS	Ayant suivi l'AAC	N'ayant pas suivi l'AAC	Total
Reçus à l'examen	181 006	593 862	774 868
Refusés à l'examen	65 118	484 746	549 864
Total	246 124	1 078 608	1 324 732

Source : Ministère de l'Intérieur

On choisit au hasard et de manière équiprobable un candidat parmi tous ceux qui ont passé l'examen du permis de conduire de catégorie B en 2012.
On définit les évènements suivants :

A : « le candidat choisi a suivi l'AAC ».

B : « le candidat choisi a été reçu à l'examen ».

Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis au centième.

Le tirage étant équiprobable, la probabilité d'un évènement A est
$p(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$

1. **a.** Calculons la probabilité que le candidat choisi ait suivi l'AAC. Il y a 246 124 personnes ayant choisi la conduite accompagnée parmi les 1 324 732 personnes présentant l'examen du permis de conduire.
$p(A) = \dfrac{246\,124}{1\,324\,732} \approx 0{,}19.$

b. Calculons la probabilité que le candidat choisi ait été reçu à l'examen. Il y a 774 868 personnes reçues à l'examen parmi les 1 324 732 personnes présentant l'examen du permis de conduire.
$p(B) = \dfrac{774\,868}{1\,324\,732} \approx 0{,}58.$

2. **a.** $A \cap B$ est l'évènement : « le candidat a suivi l'AAC et a été reçu à l'examen ».

   b. $p(A \cap B) = \dfrac{181\,006}{1\,324\,732} \approx 0{,}14$.

   c. $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Par conséquent $p(A \cup B) = 0{,}19 + 0{,}58 - 0{,}14 = 0{,}63$.

3. On note $P_A(B)$ la probabilité que l'évènement B se réalise sachant que l'évènement A est réalisé.

   $P_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$. $P_A(B) = \dfrac{0{,}14}{0{,}19} \approx 0{,}74$.

   remarque : nous aurions pu calculer $\dfrac{\text{nb de personnes reçus à l'examen ayant suivi l'AAC}}{\text{nb personnes ayant suivi l'AAC}}$

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même infructueuse, sera prise en compte lors de l'évaluation.*

   Une personne affirme : « Un candidat qui a suivi l'AAC a plus de chance d'être reçu au permis de conduire qu'un candidat qui ne l'a pas suivi ».

   Calculons la probabilité d'être reçu à l'examen sachant qu'il n'a pas suivi l'AAC

   c'est-à-dire $p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{p\left(\overline{A} \cap B\right)}{p\left(\overline{A}\right)}$.

   $p\left(\overline{A}\right) = \dfrac{1\,078\,608}{1\,324\,732} \approx 0{,}81$ $\quad p(\overline{A} \cap B) = \dfrac{593\,862}{1\,324\,732} \approx 0{,}45$ $\qquad p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{0{,}45}{0{,}81} \approx 0{,}56$.

   Nous pouvons donc en déduire que l'affirmation est vraie. (0,74>0,56)

EXERCICE 3 **6 points**

Un laboratoire fabrique et commercialise un médicament. Sa capacité de production lui permet de réaliser entre 0 et 7 000 doses de médicament par mois.
On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ et qui à tout nombre réel x de cet intervalle associe $B(x)$, le bénéfice du laboratoire en milliers d'euros pour une production de x milliers de doses de médicament.
La courbe représentative de la fonction B est donnée en annexe . Cette annexe n'est pas à rendre avec la copie.

1. Pour déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, le nombre de doses (en milliers) que le laboratoire doit produire par mois pour réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 30 milliers d'euros, traçons la droite d'équation $y = 30$ et lisons les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe.

   Nous trouvons environ 1,3 et 4,5. Il y aura un bénéfice lorsque la courbe se situera au dessus de la droite. La quantité (en milliers) que doit produire le laboratoire pour réaliser un bénéfice devrait appartenir à l'intervalle $[1{,}3\ ;\ 4{,}5]$.

   On donnera le résultat sous la forme d'un intervalle.

2. On admet que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 6]$, on a : $B(x) = -x^3 - 3x^2 + 45x - 20$.
   On rappelle que B' désigne la fonction dérivée de la fonction B.

   a. $B'(x) = -3x^2 - 3(2x) + 45 = -3x^2 - 6x + 45$.

   b. Vérifions que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 6]$, nous avons
   $B'(x) = (-3x + 9)(x + 5)$. Développons (-3x+9)(x+5).
   $(-3x + 9)(x + 5) = -3x^2 + 9x - 15x + 45 = -3x^2 - 6x + 45$
   Nous en déduisons que $B'(x) = (-3x + 9)(x + 5)$

   c. Dressons le tableau du signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

x	0		3		6
$-3x+9$		$+$	0	$-$	
$x+5$		$+$		$+$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	

d. Étudions le sens de variation de B.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.

Pour $x \in]3\,;6]$, $B'(x) < 0$, par conséquent B est strictement décroissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.

Pour $x \in [0\,;\,3[$, $B'(x) > 0$ par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation de B sur $[0\,;6]$.

x	0		3		6
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
Variation de B	-20	$\nearrow$	61	$\searrow$	-74

$B(3) = -3^3 - 3 \times 3^2 + 45 \times 3 - 20 = -27 - 27 + 135 - 20 = 61$

3. Le montant du bénéfice maximal est de 61 000 euros.

ANNEXE

N'est pas à rendre avec la copie

EXERCICE 3