Corrigé du baccalauréat ST2S Antilles–Guyane septembre 2011

EXERCICE 1 **6 points**

Le tableau suivant, extrait d'une feuille d'un tableur, donne la répartition du nombre d'élèves de terminale à la rentrée 2008, suivant la filière choisie :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		ST2S	ES	S	L	STG	Autres	Total
2	Nombre de filles	23 107	62 714	74 595	42 392	47 020	9 603	259 431
3	Nombre de garçons	1 538	38 148	87 682	11 541	35 326	39 738	213 973
4	Total	24 645	100 862	162 277	53 933	82 346	49 341	473 404
5	Répartition en pourcentage							

Champ : France-Enseignement et privé, ministère de l'Éducation Nationale

Source : Ministère de l'Éducation Nationale, Depp

Partie A

1. Une formule entrée en B4 et recopiée vers la droite pour obtenir les résultats de la ligne 4 est :
=B$2+B$3 ou =somme(B$2;B$3) *les $ ne sont pas obligatoires.*

2. **a.** La proportion d'élèves de ST2S parmi ceux de terminale est le quotient de l'effectif d'élèves de ST2S par l'effectif total. $\dfrac{24\,645}{473\,404} \approx 0{,}052\,059$.
Il y a à 0,1 % près 5,2 % d'élèves de ST2S parmi les élèves de terminale.

   b. La ligne 5 est au format pourcentage. Une formule que l'on peut entrer en B5 et recopier vers la droite pour compléter la ligne 5 est =B$4/$H$4. *Pour H4 les $ sont obligatoires, référence absolue.*

Partie B

On rencontre au hasard un élève en terminale à la rentrée 2008. Soient :

G l'événement : « L'élève rencontré est un garçon » ;

A l'événement : « L'élève rencontré est un élève de ST2S ».

Dans la suite les probabilités demandées seront arrondies au millième.

1. L'univers est l'ensemble des élèves de terminale à la rentrée 2008. La loi mise sur cet univers est la loi équirépartie. La probabilité d'un événement A est $p(\text{A}) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$
Le nombre d'éléments de l'univers est 473 404. Calculons :

   la probabilité de l'événement G ; il y a 213 973 garçons ; $p(\text{G}) = \dfrac{213\,973}{473\,404} \approx 0{,}452$.

   celle de l'événement A ; il y a 24 645 élèves de ST2S ; $p(\text{A}) = \dfrac{24\,645}{473\,404} \approx 0{,}052$.

2. **a.** L'événement $\text{G} \cap \text{A}$ est l'événement : « l'élève rencontré est un garçon de ST2S ».

   b. Il y a 1 538 garçons en terminale ST2S ; $p(\text{G} \cap \text{A}) = \dfrac{1\,538}{473\,404} \approx 0{,}003$.

3. Sachant qu'on a rencontré un garçon, la probabilité qu'il prépare le baccalauréat ST2S est notée $p_{\text{G}}(\text{A})$.

$$p_{\text{G}}(\text{A}) = \dfrac{p(\text{G} \cap \text{A})}{p(\text{G})} = \dfrac{\frac{1\,538}{473\,404}}{\frac{213\,973}{473\,404}} = \dfrac{1\,538}{213\,973} \approx 0{,}007.$$

4. Calculons la probabilité conditionnelle $p_{\text{A}}\left(\overline{\text{G}}\right)$, où $\overline{\text{G}}$ désigne l'événement contraire de G.

$$p_{\text{A}}\left(\overline{\text{G}}\right) = \dfrac{p\left(\overline{\text{G}} \cap \text{A}\right)}{p(\text{A})} = \dfrac{\frac{23\,107}{473\,404}}{\frac{24\,645}{473\,404}} = \dfrac{23\,107}{24\,645} \approx 0{,}938.$$

EXERCICE 2 **6 points**

Un médecin débutant étudie l'évolution de son nombre de visites à domicile. Voici les résultats qu'il obtient :

Mois	Janvier 2010	Février 2010	Mars 2010	Avril 2010	Mai 2010	Juin 2010	Juillet 2010
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de visites y_i	5	8	10	13	19	18	25

1. Calculons le pourcentage d'augmentation du nombre de visites entre le mois de janvier et le mois de février 2010. Le taux d'évolution t est défini par $\frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{8-5}{5} = 0{,}6$.

Le taux d'augmentation du nombre de visites entre le mois de janvier et le mois de février 2010 est de 60 %.

2. **a.** Sur le graphique donné en annexe 1, le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ a été construit.

b. Calculons les coordonnées du point G, point moyen du nuage de points. Les coordonnées de G sont $\left(\overline{x}\ ;\ \overline{y}\right)$.

$$\overline{x}_G = \dfrac{1+2+\cdots+6+7}{7} = 4 \quad \overline{y}_G = \dfrac{5+8+\cdots+18+25}{7} = 14$$

G (4 ; 14) est placé sur le graphique précédent.

3. **a.** Un ajustement affine est envisageable car les points semblent presqu'alignés.

b. On admet que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 3x+2$ est une droite d'ajustement du nuage.
Le point G appartient à la droite $\mathscr{D}$ si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Pour ce faire, remplaçons x par sa valeur et calculons l'ordonnée du point de la droite. $y = 3\times 4+2 = 14$. Cette ordonnée est celle de G par conséquent le point G appartient bien à la droite $\mathscr{D}$.
Cette droite $\mathscr{D}$ est tracée sur le graphique précédent.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

4. On suppose que l'évolution constatée se poursuit. En précisant le mois et l'année, déterminons une estimation du mois à partir duquel le nombre de visites à domicile sera supérieur ou égal à 42. Résolvons $3x+2 \geqslant 42$.

$3x+2 \geqslant 42 \iff 3x \geqslant 42-2 \iff x \geqslant \dfrac{40}{3}$ $\quad \dfrac{40}{3} \approx 13{,}33$.

À partir du quatorzième mois c'est-à-dire du mois de février 2011, le nombre de visites à domicile sera supérieur ou égal à 42.

EXERCICE 3 **8 points**

Partie A : Lectures graphiques

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un médicament pour injection. Ce laboratoire peut produire entre 0 et 50 litres de ce médicament par mois.
Le bénéfice mensuel (en euros) réalisé par le laboratoire en fonction du volume x (en litres) de médicament produit est donné par la courbe en annexe 2 à rendre avec la copie.
Par lecture graphique (annexe 2), déterminons :

1. à partir de quel volume mensuel produit, le laboratoire va être bénéficiaire ;

   le laboratoire est bénéficiaire lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses. Avec la précision permise par le graphique, l'abscisse du point d'intersection de la courbe et de l'axe est environ 10. À partir d'environ 10 ℓ, le laboratoire est bénéficiaire.

2. pour quel volume mensuel produit, le bénéfice mensuel est supérieur ou égal à 6 000 €.

   Le bénéfice mensuel est supérieur ou égal à 6 000 € lorsque la courbe coupe ou est au-dessus de la droite d'équation $y = 6000$. Appelons α et β les abscisses des points d'intersection de la courbe et de cette droite. Le bénéfice est supérieur ou égal à 6 000 € lorsque le laboratoire fabrique au moins α ℓ et au plus β ℓ où $\alpha \approx 31$ et $\beta \approx 47{,}5$.

Partie B : Étude du bénéfice mensuel

Ce bénéfice mensuel est modélisé par la fonction B définie pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,50]$ par :

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 22x^2 - 160x - 300.$$

1. **a.** Déterminons, pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,50]$, $B'(x)$ où B' désigne la fonction dérivée de B.

   $B'(x) = -\dfrac{1}{3}(3x^2) + 22(2x) - 160 = -x^2 + 44x - 160$

   b. Développons $(x-4)(40-x)$.

   $(x-4)(40-x) = 40x - x^2 - 160 + 4x = -x^2 + 44x - 160 = B'(x)$

   Pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,50]$, nous avons : $B'(x) = (x-4)(40-x)$.

   c. Étudions le signe de $B'(x)$ pour tout x dans l'intervalle $[0\,;\,50]$.

   Sur $\mathbb{R}$, $x - 4 > 0 \iff x > 4$ et $40 - x > 0 \iff x < 40$. Dressons un tableau de signes pour $x \in [0\,;\,50]$.

x	0		4		40		50
$x-4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$40-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   d. étudions le sens de variation de B.

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. $B'(x) > 0$ sur $]4\,;\,40[$, par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I. $B'(x) < 0$ sur $[0\,;\,4[$ ou sur $]40\,;\,50]$, par conséquent B est strictement décroissante sur chacun de ces intervalles.

   Dressons maintenant le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,50]$.

x	0		4		40		50
$B'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Variations de B	-300	$\searrow$	-609	$\nearrow$	$7\,167$	$\searrow$	$5\,033$

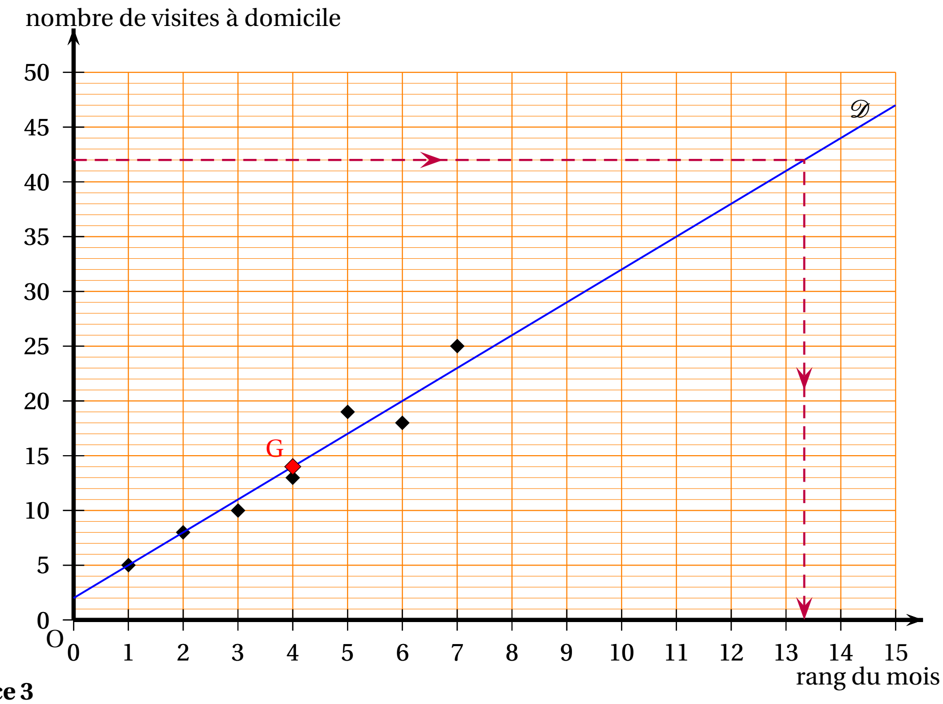
les valeurs sont arrondies à l'euro près.

2. La fonction B étant strictement croissante sur $]4\,;\,40[$ et strictement décroissante sur $]40\,;\,50]$ admet par conséquent un maximum en 40. Il en résulte que le volume mensuel à produire pour obtenir un bénéfice maximal est de $40\,\ell$.

Le montant du bénéfice mensuel maximal arrondi à l'euro près est alors de 7 167€.

Exercice 2

Annexe 1 (à rendre avec la copie)



Exercice 3

Annexe 2