∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Nouvelle–Calédonie ∾
14 novembre 2013

EXERCICE 1 **6 points**

Une association s'adresse à une agence de voyage pour organiser un séjour de vacances pour ses 210 adhérents.
On constate que, parmi ces adhérents :

30 % ont moins de 40 ans ;
un tiers souhaite séjourner en Amérique ;
40 % souhaitent séjourner en Europe, et parmi eux, 75 % ont plus de 40 ans ;
47 adhérents âgés de plus de 40 ans souhaitent séjourner en Afrique.

1. Complétons le tableau suivant :

	Nombre d'adhérents souhaitant séjourner en Europe	Nombre d'adhérents souhaitant séjourner en Afrique	Nombre d'adhérents souhaitant séjourner en Amérique	Total
Nombre d'adhérents âgés de moins de 40 ans	21	9	33	63
Nombre d'adhérents âgés de plus de 40 ans	63	47	37	147
Total	84	56	70	210

Dans les questions suivantes, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième.

On choisit au hasard un adhérent de l'association. On suppose que tous les adhérents ont la même probabilité d'être choisis.

2. L'univers est l'ensemble des adhérents d'une association. La loi mise sur cet univers est la loi équirépartie.
La probabilité d'un événement A est : $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.
Calculons la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « l'adhérent souhaite séjourner en Afrique ». Ce souhait est exprimé par 56 adhérents,
$p(A) = \dfrac{56}{210} \approx 0{,}27$.
B : « l'adhérent est âgé de plus de 40 ans ». Il y a 147 adhérents âgés de plus de 40 ans, $p(B) = \dfrac{147}{210} = 0{,}70$.
Remarque Sachant qu'il y a 30 % d'adhérents de moins de 40 ans, plus de 40 ans est l'événement contraire et sa probabilité $1 - 0{,}30 = 0{,}7$.

3. Calculons la probabilité de chacun des événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
— L'événement $A \cap B$ est l'événement : « l'adhérent a plus de 40 ans et souhaite séjourner en Afrique ».
47 adhérents sont dans ce cas, $p(A \cap B) = \dfrac{47}{210} \approx 0{,}22$.
— $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{56}{210} + \frac{147}{210} - \frac{47}{210} = \frac{156}{210} \approx 0{,}742 \approx 0{,}74$ au centième près.

4. La probabilité que l'adhérent souhaite se rendre en Afrique sachant qu'il est âgé de plus de 40 ans est notée $p_B(A)$.

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{47}{210}}{\frac{147}{210}} = \frac{47}{147} \approx 0{,}319 \approx 0{,}32.$$

EXERCICE 2 **6 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de tableur, donne l'évolution, depuis 2004, du nombre de pactes civils de solidarité (PACS) conclus en France jusqu'en 2010. La ligne 4 est au format pourcentage.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
3	Nombre de PACS y_i (en milliers)	40,1	60,5	77,3	102	146	174,5	205,6
4	Taux d'évolution entre 2 années consécutives (en %)							

Champ : France (non compris Saint-Martin et Saint-Barthélemy).
Sources : Institut national de la statistique et des études économiques.

Il n'est pas demandé de compléter le tableau.

1. Calculons le taux d'évolution en pourcentage, arrondi à 0,01 %, du nombre de PACS entre les années 2004 et 2005.

   Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{60,5 - 40,1}{40,1} \approx 0,5087$.

   Le taux d'évolution en pourcentage, arrondi à 0,01 %, du nombre de PACS entre 2004 et 2005 est de 50,87 %.

2. La formule que nous pouvons saisir en C4 pour vérifier ce résultat et pour obtenir les autres taux d'évolution en faisant une copie vers la droite est =(C$3-B$3)/B$3.

3. **a.** Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\,;\,y_i\right)$ est représenté, dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

   1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 20 milliers de PACS sur l'axe des ordonnées.

   b. Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$

   $$\overline{x}_G = \frac{1+2+\ldots+6+7}{7} = 4 \quad \overline{y}_G = \frac{40,1+60,5+\ldots+174,5+205,6}{7} \approx 115,14$$

   G (4 ; 115,14) est placé sur le graphique précédent.

4. **a.** On suppose que la droite Δ d'équation $y = 28,3x + 1,8$ réalise jusqu'en 2015 un ajustement affine du nuage de points.

   La droite Δ est tracée dans le repère précédent.

   b. Déterminons graphiquement une estimation du nombre de PACS en 2012. En 2012, le rang de l'année est 9, lisons l'ordonnée du point appartenant à Δ d'abscisse 9.

   Avec la précision permise par le graphique, nous lisons environ 257.

   Le nombre de PACS en 2012 est environ de 257 000.

   c. Déterminons, par le calcul, l'année au cours de laquelle, le nombre de PACS devrait dépasser 300 000.

   Pour ce faire, déterminons l'abscisse du point de Δ d'ordonnée 300. Résolvons $28,3x+1,8 = 300$.

   $28,3x + 1,8 = 300 \iff x = \dfrac{300 - 1,8}{28,3} \qquad x \approx 10,5.$

   L'année au cours de laquelle le nombre de PACS devrait dépasser 300 000, est 2014.

EXERCICE 3 — 8 points

Partie A

Un laborantin souhaite tester l'efficacité d'un médicament M.
À l'instant $t = 0$, il injecte à un malade une dose de 2 ml de ce médicament et il étudie la quantité de médicament présent dans le sang au bout de t heures. Il s'aperçoit alors que cette quantité diminue de 12 % par heure.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la quantité, en ml, de médicament présent dans le sang au bout de n heures.
On a alors $u_0 = 2$.

1. Calculons u_1 et u_2. Le coefficient multiplicateur associé à une évolution au taux t est $1+t$. Pour une diminution de 12 %, le coefficient multiplicateur est donc 0,88.

   $u_1 = 2 \times 0{,}88 = 1{,}76$; $u_2 = 1{,}76 \times 0{,}88 = 1{,}548\,8$.
2. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}88 \times u_n$.
3. Puisque chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par un même nombre, la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme 2 et de raison 0,88.
4. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$ donc $u_n = 2 \times (0{,}88)^n$.
5. Calculons la quantité de médicament présent dans le sang au bout de 10 heures.

   Pour $n = 10$ nous obtenons $u_{10} = 2 \times 0{,}88^{10} \approx 0{,}557$.

   Au bout de 10 heures, la quantité de médicament présent dans le sang est d'environ 0,56 ml au centième près.

Partie B

On note, dans cette partie, $f(t)$ la quantité de médicament présent dans le sang au bout de t heures, t appartenant à l'intervalle $[0 ; 24]$. La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f est donnée en **annexe**.

1. Déterminons graphiquement une valeur approchée de la quantité de médicament présent dans le sang au bout de 15 heures. Pour ce faire, lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 15.

   Avec la précision du graphique, nous lisons 0,29.

   Au bout de 15 heures, la quantité de médicament présent dans le sang est d'environ 0,29 ml.
2. Résolvons graphiquement l'inéquation $f(t) < 0{,}2$. Traçons la droite d'équation $y = 0{,}2$ et lisons les abscisses des points pour lesquels la courbe se situe strictement en dessous de cette droite. Nous obtenons $]18 ; 24]$
3. On admet que pour tout t appartenant à l'intervalle $[0 ; 24]$, $f(t) = 2 \times (0{,}88)^t$.

   Vérifions par le calcul les résultats des questions 1. et 2.

   $f(15) = 2 \times (0{,}88)^{15} \approx 0{,}29$.

   Résolvons $f(t) < 0{,}2$.

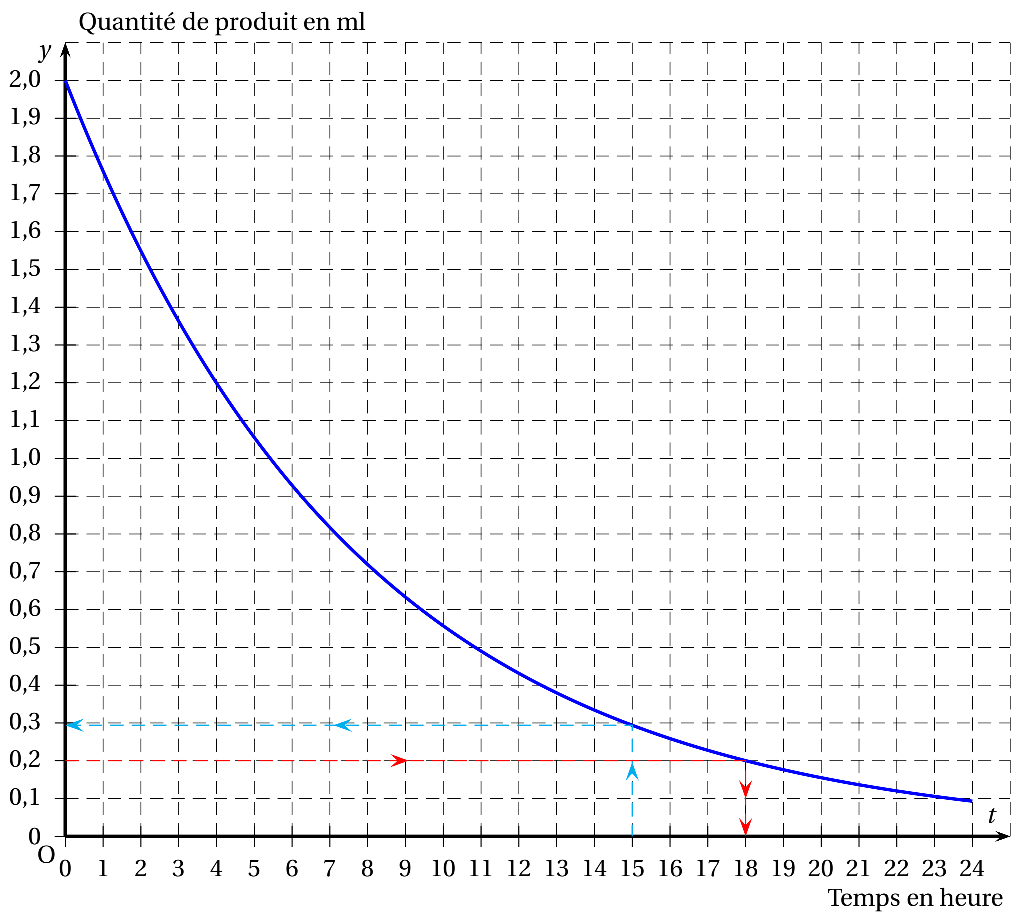
   $2 \times 0{,}88^t < 0{,}2 \iff 0{,}88^t < 0{,}1 \iff t \log 0{,}88 < \log 0{,}1 \iff t > \dfrac{\log 0{,}1}{\log 0{,}88} \quad t > 18{,}01.$

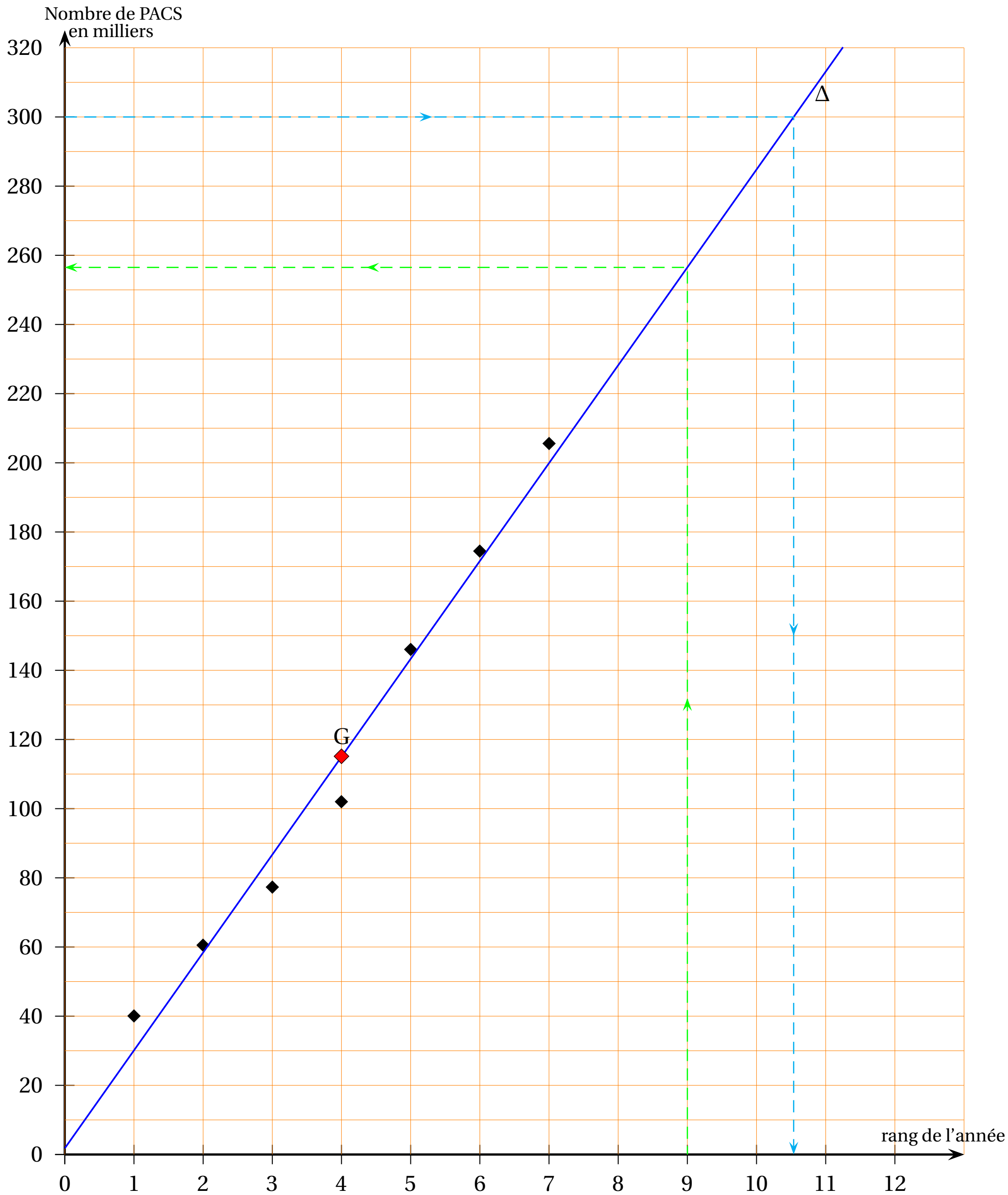
   L'ensemble des solutions de l'inéquation est $]18{,}01 ; 24]$.

   À partir de 18 heures, la quantité de médicament présent dans le sang est inférieure à 0,2 ml.

   Les résultats graphiques sont cohérents avec ceux obtenus par le calcul.

ANNEXE
EXERCICE 3




Nombre de PACS
en milliers
320
300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
Δ
G
rang de l'année
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12