Corrigé du baccalauréat ST2S Nouvelle–Calédonie 16 novembre 2016

EXERCICE 1 **6 points**

Une enquête a été menée en Europe en 2011 sur les conditions de travail en entreprise.
Les résultats concernent les français sont les suivants :

— 61 % des personnes interrogées considèrent que leur charge de travail est importante ;
— 75 % des personnes interrogées sont motivées par leur travail ;
— 43 % des personnes interrogées sont motivées et considèrent que leur charge de travail est importante.

1. En **annexe**, qui est à rendre avec la copie, on a commencé à remplir un tableau qui résume les résultats de l'enquête pour un échantillon représentatif de 100 personnes.
Ce tableau est complété sur l'annexe.

On choisit au hasard une personne interrogée dans cette enquête.
On considère les évènements suivants :

C : « La personne interrogée pense que sa charge de travail est importante » ;
M : « La personne interrogée est motivée par son travail ».
On note $\overline{C}$ l'évènement contraire de C et $\overline{M}$ l'évènement contraire de M.

Dans toute la suite, on arrondira si nécessaire, les résultats au millième.

2. $p(C) = 0{,}61$ car 61 % des personnes interrogées considèrent que leur charge de travail est importante ;
$p\left(C \cap \overline{M}\right)$=0,18.

3. Calculons la probabilité de $\overline{M}$ sachant C, notée $p_C\left(\overline{M}\right)$.

$$p_C\left(\overline{M}\right) = \frac{p\left(C \cap \overline{M}\right)}{p(C)} = \frac{0{,}18}{0{,}61} \approx 0{,}295.$$

4. Montrons que la probabilité de l'évènement $\overline{C} \cup M$, notée $p\left(\overline{C} \cup M\right)$ est égale à $0,82$.

$p\left(\overline{C} \cup M\right) = p\left(\overline{C}\right) + p(M) - p\left(\overline{C} \cap M\right) = 0{,}39 + 0{,}73 - 0{,}3 = 0{,}82.$
Nous trouvons bien la valeur indiquée.

5. L'enquête a été réalisée dans d'autres pays que la France. Ainsi, on a interrogé 9 145 européens dont 1 012 étaient français.
On choisit une personne au hasard parmi ces 9 145 européens.

a. Déterminons la probabilité qu'elle soit française. En appelant F cet événement et en supposant que la loi mise sur cet univers est la loi équirépartie $p(F) = \dfrac{1\,012}{9\,145} \approx 0{,}111$.

b. Déterminons la probabilité qu'elle soit française et qu'elle soit motivée par son travail c'est-à-dire $p(F \cap M)$.
$p(F \cap M) = 0{,}111 \times 0{,}61 \approx 0{,}068$.

EXERCICE 2 **7 points**

Le tableau suivant, extrait d'une feuille d'un tableur, donne l'âge moyen d'une femme à l'accouchement en France métropolitaine depuis 1994.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Année (n)	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010	2012
2	Rang de l'année (x_i)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	Âge moyen d'une femme à l'accouchement en France (y_i)	28,8	29,1	29,3	29,4	29,5	29,6	29,8	29,9	30	30,1
4	Taux d'évolution, en pourcentage, par rapport à l'année $(n-2)$										

Source : Insee, estimation de population et statistiques de l'état-civil

Partie A

1. Calculons le taux d'évolution de l'âge moyen d'une femme à l'accouchement en France entre 1994 et 1996.
   Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{29{,}1 - 28{,}8}{28{,}8} \approx 0{,}0104$.
   Le taux d'évolution de l'âge moyen d'une femme à l'accouchement entre 1994 et 1996 est à 0,1 % près de 1,0 %.
2. La ligne 4 est au format pourcentage. Une formule que l'on peut saisir dans la cellule C4 et recopier vers la droite pour compléter la ligne 4 est : =(C$3-B$3)/B$3

Partie B

1. **a.** Le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ est représenté dans un repère orthogonal à la fin .
   On prendra pour unités graphiques :
   — 1 cm pour 2 années sur l'axe des abscisses ;
   — 5 cm pour 1 année sur l'axe des ordonnées (on commencera à graduer l'axe des ordonnées à partir de 28).

   b. Soit G le point moyen du nuage, calculons les coordonnées de G. Les coordonnées de G sont $(\overline{x} ; \overline{y})$.

$$\overline{x_G} = \frac{0+2+4+\cdots+18}{10} = 9 \quad \overline{y_G} = \frac{28{,}8+29{,}1+\cdots+30{,}1}{10} = 29{,}55$$

   Le point G (9 ; 29,55) est placé dans le repère précédent.
2. On admet que la droite (D) d'équation $y = 0{,}068x + 28{,}938$ est un ajustement affine pertinent du nuage de points $M_i (x_i ; y_i)$ et que cet ajustement reste valable jusqu'en 2018.
   a. Vérifions que le point G appartient à la droite (D).
   Le point G appartient à la droite (D) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.
   Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 9 c'est-à-dire celle de G.
   $y = 0{,}068 \times 9 + 28{,}938 = 29{,}55$.
   Cette ordonnée étant celle de G par conséquent G appartient à (D).

   b. La droite (D) est tracée sur le graphique précédent en indiquant les points utilisés.Nous prenons par exemple $(1 ; 29)$ et $(23 ; 30{,}5)$

   c. Déterminons, selon ce modèle, une estimation de l'âge moyen à l'accouchement en 2014. En 2014, le rang de l'année est 20. Remplaçons x par 20 dans l'équation de la droite.
   $y = 0{,}068 \times 20 + 28{,}938 = 30{,}298$.
   Une estimation arrondie au dixième, de l'âge moyen à l'accouchement en 2014 est 30,3 ans.

   d. À partir de 2017 l'âge moyen à l'accouchement devrait dépasser 30,5 ans. Nous lisons l'abscisse du point de la droite (D) d'ordonnée 30,5. Nous trouvons, avec la précision permise par le graphique environ 23, ce qui correspond à l'année 2017.

EXERCICE 3 — 7 points

En épidémiologie, on cherche à comprendre comment une maladie se transmet d'un individu à l'autre afin de prédire les épidémies et leur évolution dans le temps au sein d'une population.
À l'aide d'un modèle, on va étudier ici l'incidence d'une épidémie sur une population de 5 000 personnes durant 20 jours.
Le principe est de diviser la population en 3 catégories (ou compartiments).
Chaque individu de la population appartient à une seule catégorie à la fois mais il peut changer de catégorie au cours du temps.
La catégorie **S** désigne l'ensemble des individus **S**ains (ou susceptibles d'être infectés par la maladie).
La catégorie **I** désigne l'ensemble de ceux qui sont **I**nfectés au sein de la population.
La catégorie **R** désigne l'ensemble de ceux qui sont **R**établis et ne peuvent plus être infectés.
On suppose qu'un individu guéri est définitivement immunisé.
On a représenté en annexe dans un même repère orthogonal :

— la courbe $\mathscr{C}_s$ de la fonctions s qui modélise l'évolution du nombre d'individus de la catégorie **S** en fonction du temps ;
— la courbe $\mathscr{C}_r$ de la fonction r qui modélise l'évolution du nombre d'individus de la catégorie **R** en fonction du temps.

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

Partie A

1. **a.** Par lecture graphique, avec la précision permise par celle-ci et en arrondissant à la centaine, le nombre d'individus sains est d'environ 3 500 et le nombre d'individus rétablis au bout de 5 jours est d'environ 500. Pour ce faire, nous lisons l'ordonnée du point de la courbe $\mathscr{C}_s$ pour les individus sains et celle du point de la courbe $\mathscr{C}_r$ pour ceux qui sont rétablis.

   b. Sachant que chaque individu de la population appartient à une des 3 catégories, le nombre de personnes infectées au bout de 5 jours d'après ce modèle est d'environ $5\,000-(3\,500+500)$ c'est-à-dire 1 000.

2. Au bout de dix jours il y a davantage d'individus rétablis que d'individus sains. Nous lisons l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.
   Le nombre d'individus rétablis est d'environ 1 500.

3. Au bout de onze jours le nombre de personnes saines est inférieur à 20 % de la population. 20 % de la population correspond à 1 000 individus. Nous lisons alors l'abscisse du point de la courbe $\mathscr{C}_s$ d'ordonnée 1 000.

Partie B

Dans cette partie, on considère la fonction i définie sur l'intervalle $[0\,;\,15]$ par : $i(t)=-4t^3+60t^2$.
On admet que $i(t)$ représente le nombre d'individus infectés par cette maladie dans la population donnée au bout de t jours (avec $0 \leqslant t \leqslant 15$).

1. $i(5)=-4\times 5^3+60\times 5^2=1\,000$.
   Nous retrouvons bien le nombre d'individus infectés que nous avions déduit des lectures graphiques de $\mathscr{C}_s$ et $\mathscr{C}_r$.

2. **a.** La fonction i est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,15]$ et l'on note i' sa fonction dérivée.
   $i'(t)=-4(3t^2)+60(2t)=-12t^2+120t=12t(-t+10)$.

   b. Complétons le tableau de signes ci-dessous :

t	0		10		15
Signe de $2t$	0	+		+	
Signe de $-t+10$		+	0	−	
Signe de $12t(-t+10)$	0	+	0	−	

   c. Étudions le sens de variation de i.
   Si pour tout $x\in I$, $f'(x)>0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Sur $[0\,;\,10[$, $i'(t)>0$ par conséquent i est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x\in I$, $f'(x)<0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Sur $]10\,;\,15]$, $i'(t)<0$ par conséquent i est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Construisons le tableau de variation de i sur $[0\,;\,15]$.

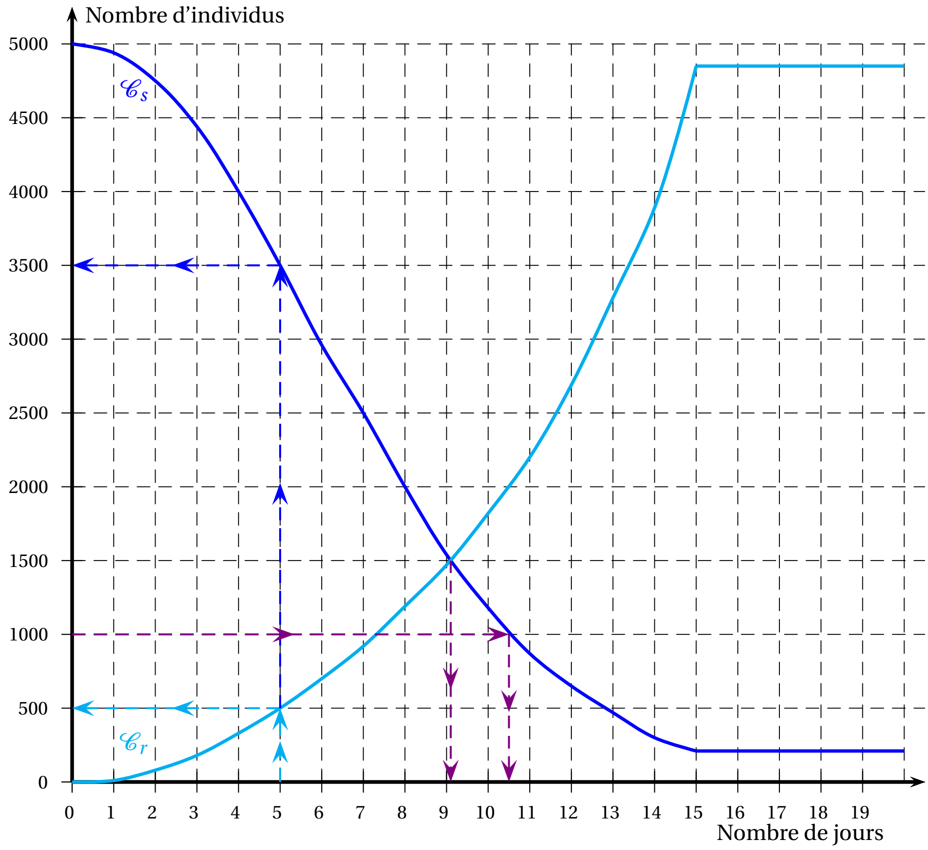
t	0		10		15
$i'(t)$		+	0	−	
Variation de i	0	$\nearrow$	200	$\searrow$	0

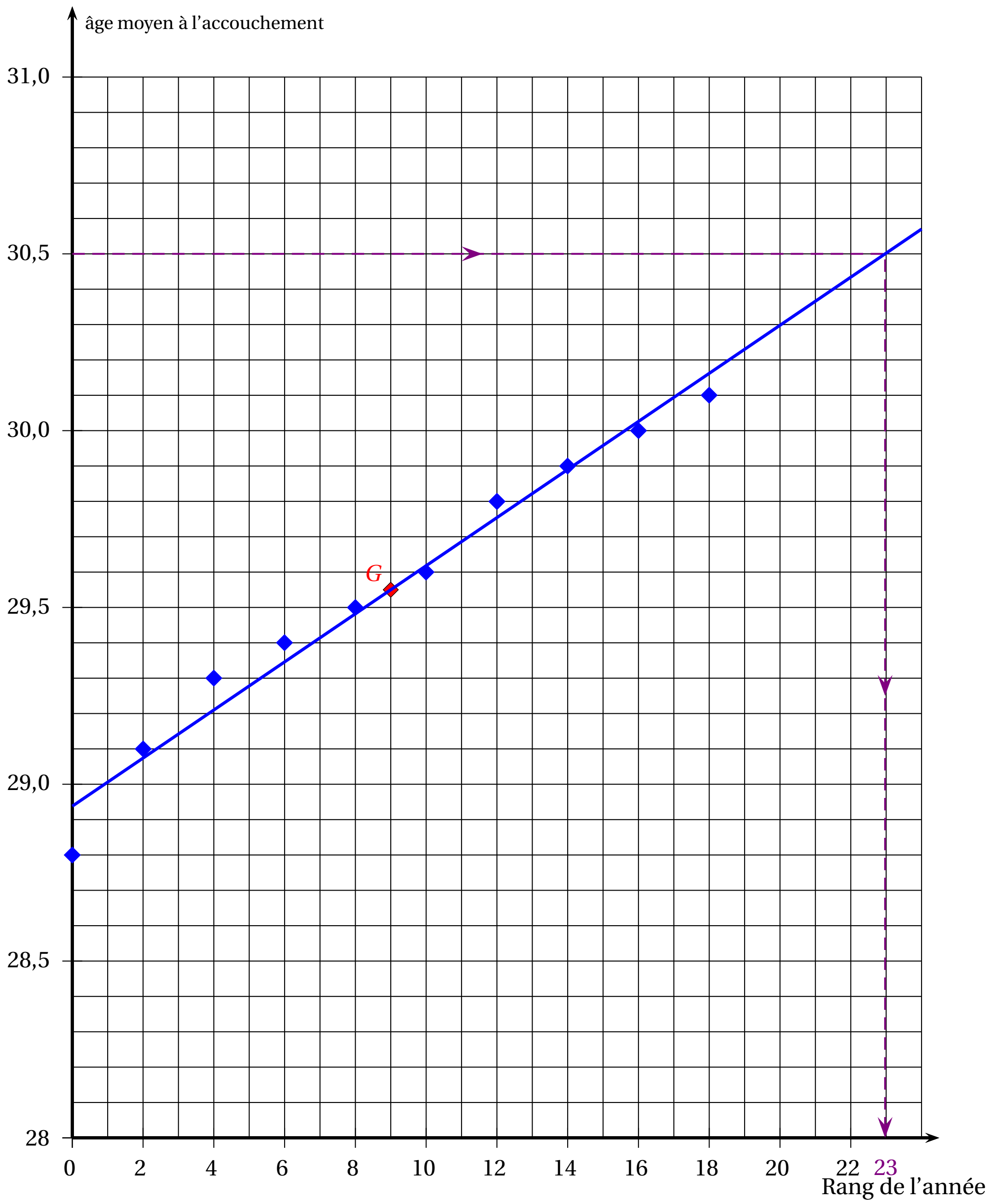
3. Deux cents personnes sont infectées par la maladie au plus fort de l'épidémie. La fonction i admet un maximum en $t=10$ qui vaut 200.

ANNEXE
À rendre avec la copie
EXERCICE 1

Sur un échantillon représentatif de 100 personnes, nombre de personnes interrogées qui	considèrent que leur charge de travail est importante	considèrent que leur charge de travail n'est pas importante	Total
sont motivées par leur travail	43	30	73
ne sont pas motivées par leur travail	18	9	27
Total	61	39	100

EXERCICE 3




âge moyen à l'accouchement
31,0
30,5
30,0
29,5
29,0
28,5
28
G
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
23
Rang de l'année