Corrigé du baccalauréat ST2S – Nouvelle Calédonie
26 novembre 2019

L'annexe est à rendre avec la copie.
L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 **6 points**

Une maternité d'Île-de-France a procédé à 1 750 accouchements en 2017. Selon une étude effectuée dans cette maternité, on sait que :

- 8 % des femmes ont accouché prématurément (avant 37 semaines d'aménorrhée),
- 6 % des femmes ayant accouché ont fumé régulièrement (au moins 10 cigarettes par jour) durant les trois premiers mois de leur grossesse et, parmi elles, 21 ont accouché prématurément.

1. À l'aide des données de l'énoncé, complétons le tableau d'effectifs donné en annexe, à rendre avec la copie.

8 % des femmes ont accouché prématurément soit $1\,750 \times 0,08 = 140$

6 % des femmes ayant accouché ont fumé régulièrement $1\,750 \times 0,06 = 105$

Les autres effectifs sont obtenus par soustraction.

Le directeur de la maternité choisit au hasard le dossier d'une femme ayant accouché en 2017 dans son établissement. Chaque dossier a la même probabilité d'être choisi.

Pour tout évènement X, on note $\overline{X}$ l'évènement contraire de X.
Si Y est un évènement de probabilité non nulle, la probabilité de X sachant Y est notée $P_Y(X)$.
On considère les évènements suivants :

- A : « le dossier est celui d'une femme dont l'accouchement a eu lieu prématurément » ;
- F : « le dossier est celui d'une femme ayant fumé régulièrement durant les trois premiers mois de sa grossesse ».

Dans les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme décimale et arrondies à 10^{-3} si nécessaire.

2. **a.** Déterminons la probabilité de l'évènement A : $P(A) = 0,08$ car 8 % des femmes ont accouché prématurément, puis celle de l'évènement F : $P(F) = 0,06$ car 6 % des femmes ayant accouché ont fumé régulièrement.

b. L'évènement $A \cap F$ est l'évènement : « le dossier est celui d'une femme dont l'accouchement a eu lieu prématurément et qui a fumé régulièrement durant les trois premiers mois de sa grossesse ». Calculons sa probabilité. $P(A \cap F) = \dfrac{21}{1\,750} = 0,012$.

c. Calculons la probabilité de l'évènement $A \cup F$.
$P(A \cup F) = P(A) + P(F) - P(A \cap F)$ d'où $P(A \cup F) = 0,06 + 0,08 - 0,012 = 0,128$.

3. **a.** Sachant que le dossier choisi est celui d'une femme ayant fumé régulièrement durant les trois premiers mois de sa grossesse, la probabilité que cette femme ait accouché prématurément est notée $P_F(A)$.
$P_F(A) = \dfrac{P(A \cap F)}{P(F)} = \dfrac{0,012}{0,06} \approx 0,20$.

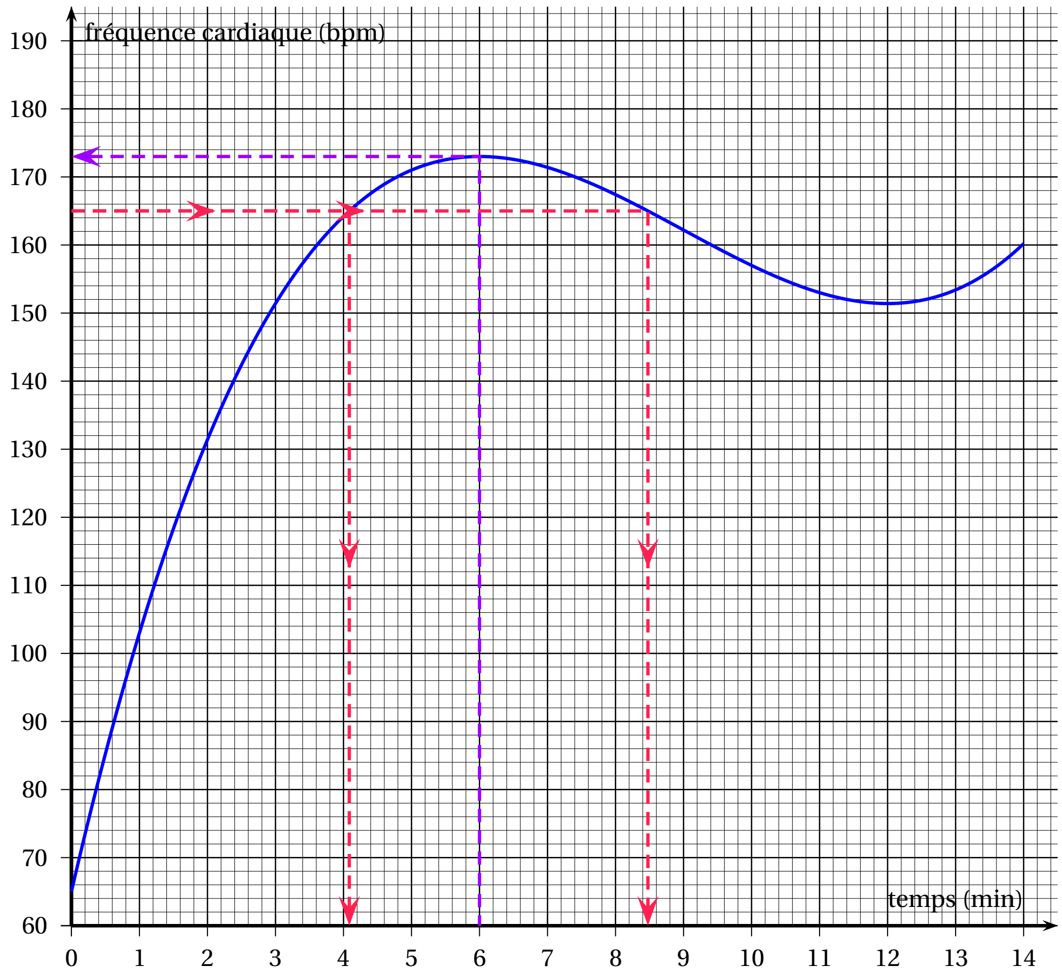
b. Calculons $P_{\overline{F}}(A)$.
$P_{\overline{F}}(A) = \dfrac{P(A \cap \overline{F})}{P(\overline{F})} = \dfrac{\frac{119}{1750}}{\frac{1645}{1750}} \approx 0,072$.

Nous remarquons que la probabilité qu'une femme accouche prématurément est plus grande si elle a fumé régulièrement que si elle n'a pas fumé.

Le tabagisme accroît la probabilité d'un accouchement prématuré.

Exercice 2 7 points

On relève la fréquence cardiaque, en battements par minute (bpm), d'un sportif pendant un effort soutenu d'une durée de 14 minutes.
L'évolution de la fréquence cardiaque de ce sportif durant ces 14 minutes est modélisée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 14]$: pour tout instant t, exprimé en minute, $f(t)$ représente la fréquence cardiaque du sportif à cet instant, exprimée en bpm.
Dans le repère orthogonal ci-après, on a tracé la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0; 14]$.



Les deux parties du problème sont indépendantes

Partie A : lecture graphique

En utilisant cette modélisation, avec la précision permise par le graphique, répondons aux questions suivantes :

1. Au bout de six minutes la fréquence cardiaque semble maximale. Nous lisons l'abscisse du sommet de la courbe. Le nombre de battements par minute s'élève alors à environ 173. Nous lisons l'ordonnée du point de courbe d'abscisse 6.
2. Ce sportif est considéré comme étant en période d'effort intense lorsque sa fréquence cardiaque est supérieure ou égale à 165 bpm.
   Le sportif a été en effort intense sur l'intervalle $[4{,}2 ; 8{,}5]$.
   Nous traçons la droite d'équation $y = 165$ et nous lisons les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe. Nous lisons environ 4,2 et 8,5. L'intervalle est donc compris entre ces deux valeurs puisque la courbe est alors au-dessus de la droite.

Partie B : étude de la fonction f

On admet que pour tout $t \in [0 ; 14]$,

$$f(t) = 0{,}2t^3 - 5{,}4t^2 + 43{,}2t + 65.$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.

1. Calculons $f'(t)$ pour tout $t \in [0\ ;\ 14]$. $f'(t) = 0{,}2\left(3t^2\right) - 5{,}4(2t) + 43{,}2 = 0{,}6t^2 - 10{,}8t + 43{,}2$.
2. Démontrons que, pour tout $t \in [0\ ;\ 14]$, $\quad f'(t) = 0{,}6(t-6)(t-12)$.
   $0{,}6t^2 - 10{,}8t + 43{,}2 = 0{,}6\left(t^2 - 18t + 72\right)$. Développons $(t-6)(t-12)$.
   $(t-6)(t-12) = t^2 - 6t - 12t + 72 = t^2 - 18t + 72$. Nous retrouvons le contenu de la parenthèse.
   Nous pouvons conclure que $f'(t) = 0{,}6(t-6)(t-12)$.
3. Étudions le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.
   Sur $\mathbf{R}$, $x - 6 > 0 \iff x > 6$ et $x - 12 > 0 \iff x > 12$.

t	0		6		12		+14
0,6		+	|	+	|	+	
$x-6$		−	0	+	|	+	
$x-12$		−	|	−	0	+	
$f'(t)$		+	0	−	0	+	

4. Étudions les variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,14]$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Sur $[0\ ;\ 6[$, ou sur $]12\ ;\ 14]$ $f'(t) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur chacun de ces intervalles.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Sur $]6\ ;\ 12[$, $f'(t) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Construisons le tableau de variation de f sur $[0\,;\,14]$.

t	0		6		12		14
Signe de $f'(t)$		+	0	−	0	+	
Variations de f	72	↗	173	↘	151.4	↗	160,2

5. Le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,14]$ est 173. Ce résultat est cohérent avec le résultat de la première question de la **partie A**. La différence est due à la lecture graphique peu précise.

Exercice 3 **7 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne le nombre (en millier) de bénéficiaires du congé de paternité en France depuis sa création en 2002 et jusqu'en 2008 :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2	Rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
3	Nombre de bénéficiaires en milliers $\left(y_i\right)$	324	352	358	364	373	372	389
4	Taux d'évolution annuel (en pourcentage arrondi à 0,01 %)		8,64 %					

source : ministère des solidarités de la santé

1. La ligne 4 du tableau ci-dessus est au format pourcentage.
   a. Une formule qui, entrée dans la cellule C4 puis recopiée vers la droite, permet d'obtenir les taux d'évolution annuel entre 2003 et 2008 est =(C\$3-B\$3)/B\$3.

b. Calculons le taux d'évolution annuel entre 2006 et 2007, en pourcentage arrondi à 0,01 %.

Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{372 - 373}{373} \approx -0{,}02681$.

Le taux d'évolution annuel du nombre de bénéficiaires du congé de paternité en France entre 2006 et 2007 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 % est de $-0{,}27$ %.

2. **a.** Dans le repère orthogonal fourni en **annexe, à rendre avec la copie**, le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ a été représenté.

b. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère de l'**ANNEXE** .

Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.

$$\overline{x}_G = \frac{0+1+\cdots+6}{7} = 3 \quad \overline{y}_G = \frac{324+352+\cdots+389}{7} \approx 361{,}714$$

G (3 ; 362)

3. On admet que la droite D d'équation : $y = 9x+335$ réalise un ajustement affine du nuage de points.

a. Vérifions que le point G appartient à la droite D.

Le point G appartient à la droite D si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 3. $y = 9 \times 3 + 335 = 362$.

Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à D.

b. La droite D a été tracée dans le repère précédent. Pour la tracer, nous avons pris les points de coordonnées (0 ; 335) et (12 ; 443).

c. Donnons une estimation du nombre de bénéficiaires du congé de paternité attendu en France en 2012 selon cet ajustement.

En 2012, $x = 10$. En remplaçant x par 10 dans l'équation de la droite, nous obtenons

$y = 9 \times 10 + 335 = 425$.

Selon ce modèle, nous pouvions estimer à 425 000 le nombre de bénéficiaires du congé de paternité en France en 2012.

d. Selon ce modèle, déterminons en quelle année le nombre de bénéficiaires du congé de paternité devrait dépasser pour la première fois 440 milliers. Pour ce faire résolvons $9x+335 = 440$.

$9x + 335 = 440 \iff 9x = 105 \iff x = \frac{105}{9}$ soit $x \approx 11{,}67$

Selon ce modèle, en 2014 (2002+12) le nombre de bénéficiaires du congé de paternité devrait dépasser pour la première fois 440 milliers.

4. En réalité, il n'y a eu que 370 milliers de bénéficiaires du congé de paternité en France en 2014.

L'affirmation « l'écart entre la valeur estimée et la valeur réelle représente plus de 10 % de la valeur réelle » montre que le modèle est loin d'être fiable et est inadapté pour une prévision à moyen terme.

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 1

Nombre de femmes	dont l'accouchement a eu lieu prématurément	dont l'accouchement n'a pas eu lieu prématurément	Total
ayant fumé régulièrement durant les trois premiers mois de grossesse	21	84	105
n'ayant pas fumé régulièrement durant les trois premiers mois de grossesse	119	1 586	1 645
Total	140	1 610	1 750

EXERCICE 3