Corrigé du baccalauréat ST2S Nouvelle–Calédonie 14 novembre 2014

EXERCICE 1 **8 points**

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'interruptions volontaires de grossesse (I.V.G.) médicamenteuses dans les villes des départements d'outre-mer de 2005 à 2011.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'I.V.G. médicamenteuses (y_i)	543	952	1 338	1 642	1 967	2 467	2 511

Source : DREES, Ministère des affaires sociales et de la santé

1. Calculons le taux d'évolution du nombre d'I.V.G. médicamenteuses entre 2010 et 2011.

   Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{2\,511 - 2\,467}{2\,467} \approx 0{,}0178$.

   Le taux d'évolution du nombre d'I.V.G. médicamenteuses entre 2010 et 2011 est à 0,1 % près de 1,8 %.

2. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ a été représenté dans un repère orthogonal sur la feuille **Annexe**.

   On prendra pour unités graphiques : 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 250 I.V.G. sur l'axe des ordonnées.

3. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. Les coordonnées de G sont $\left(\overline{x}\ ;\ \overline{y}\right)$.

$$\overline{x_{\text{G}}} = \frac{1+2+\cdots+7}{7} = 4 \qquad \overline{y_{\text{G}}} = \frac{543+952+\cdots+2511}{7} = 1\,631{,}4286$$

   G a pour coordonnées (4 ; 1631), l'ordonnée de G étant arrondie à l'entier.

Dans toute la suite de l'exercice, on prendra pour coordonnées de G(4 ; 1 631).

4. Soit le point A(0 ; 265).

   a. La droite (AG) a été tracée sur le graphique du nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

   b. Déterminons une équation de la droite (AG). Cette droite n'étant pas parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = mx + p$ où $m = \dfrac{y_{\text{G}} - y_{\text{A}}}{x_{\text{G}} - x_{\text{A}}}$.

   $m = \dfrac{1\,631 - 265}{4} = 341{,}5$. Passant par A, $p = 265$ donc (AG) a pour équation :
   $y = 341,5x + 265$.

5. On admet que la droite (AG) est un ajustement affine pertinent du nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ qui permet d'effectuer des estimations au-delà de 2011. En utilisant cet ajustement affine, calculons :

   a. le nombre d'I.V.G. médicamenteuses dans les villes des départements d'outre-mer en 2014 ;

   Le rang de l'année 2014 est 10. Par conséquent, remplaçons x par 10 dans l'équation de la droite.

   $y = 341{,}5 \times 10 + 265 = 3\,680$.

   Selon ce modèle, une estimation du nombre d'I.V.G. médicamenteuses en 2014 est 3 680.

b. l'année à partir de laquelle le nombre d'I.V.G. médicamenteuses dans les villes des départements d'outre-mer dépassera 4 500. Pour ce faire, résolvons $4\,500 = 341{,}5x + 265$.

$4\,500 = 341{,}5x + 265 \iff x = \dfrac{4\,500 - 265}{341{,}5}$. D'où $x \approx 12{,}40$.

L'année à partir de laquelle le nombre d'I.V.G. médicamenteuses dans les villes des départements d'outre-mer dépassera 4 500 est $2005 + 13 - 1$ c'est-à-dire 2017.

EXERCICE 2 — 6 points

Chaque année on déplore des accidents de la route mortels (c'est-à-dire ayant entraîné un décès au moins).
Le tableau ci-dessous indique le nombre de conducteurs de voiture de tourisme impliqués dans un accident mortel en 2011, en fonction de leur alcoolémie et du port de la ceinture de sécurité.

	Test d'alcoolémie positif	Test d'alcoolémie négatif	Total
Nombre de conducteurs ceinturés	383	2 185	2 568
Nombre de conducteurs non ceinturés	167	92	259
Total	550	2 277	2 827

Source : ONISR, Fichier des accidents

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis au millième.

On prélève au hasard le dossier d'un conducteur parmi les 2 827 conducteurs impliqués dans des accidents mortels.
On considère les événements suivants :
A : « Le test d'alcoolémie du conducteur était positif au moment de l'accident » ;
C : « Le conducteur était ceinturé au moment de l'accident ».
On note $\overline{C}$ l'événement contraire de l'événement C et $P_A(C)$ la probabilité de l'événement C sachant que l'événement A est réalisé.

L'univers est l'ensemble des dossiers des conducteurs impliqués dans des accidents mortels. Le prélèvement ayant lieu au hasard, la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité.
La probabilité d'un événement A est $p(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$

1. Calculons la probabilité que le test d'alcoolémie du conducteur ait été positif au moment de l'accident.

Il y a 550 conducteurs dont le test d'alcoolémie est positif parmi les 2 827 conducteurs donc $p(A) = \dfrac{550}{2\,827} \approx 0{,}195$.

2. Calculons la probabilité que le conducteur n'ait pas été ceinturé au moment de l'accident.

Il y a 259 conducteurs qui n'étaient pas ceinturés lors de l'accident parmi les 2 827 conducteurs donc
$p(\overline{C}) = \dfrac{259}{2\,827} \approx 0{,}092$.

3. a. $A \cup \overline{C}$ est l'événement : « le conducteur avait un test d' alcoolémie positif ou n'était pas ceinturé lors de l'accident ».

b. Calculons la probabilité $P\left(A \cup \overline{C}\right)$.

$P\left(A \cup \overline{C}\right) = p(A) + p\left(\overline{C}\right) - p\left(A \cap \overline{C}\right) = \dfrac{550 + 259 - 167}{2827} \approx 0{,}22709$.

Par conséquent $P\left(A \cup \overline{C}\right)$ est environ égale à 0,227.

4. a. La probabilité que le conducteur n'ait pas été ceinturé, sachant que son test d'alcoolémie était négatif est notée $p_{\overline{A}}(\overline{C})$.

$$p_{\overline{A}}\left(\overline{C}\right) = \dfrac{p\left(\overline{A} \cap \overline{C}\right)}{p(\overline{A})} = \dfrac{\frac{92}{2\,827}}{\frac{2\,277}{2\,827}} = \dfrac{92}{2\,277} \approx 0{,}040$$

b. Calculons la probabilité $p_A\left(\overline{C}\right)$.$p_A\left(\overline{C}\right) = \dfrac{p\left(A \cap \overline{C}\right)}{p(A)} = \dfrac{\frac{167}{2827}}{\frac{550}{2827}} = \dfrac{167}{550} \approx 0{,}304$.

On peut utiliser directement le tableau pour lire (deuxième colonne) que $p_{\overline{A}}\left(\overline{C}\right) = \dfrac{92}{2\,277} \approx 0{,}040$.

De même (première colonne) $p_A\left(\overline{C}\right) = \dfrac{167}{550} \approx 0{,}304$.

c. La probabilité que le conducteur n'ait pas été ceinturé sachant que son test d'alcoolémie est négatif est beaucoup plus faible que si son test d'alcoolémie est positif. En buvant, on oublie de mettre la ceinture.

EXERCICE 3 — 6 points

La scintigraphie est une technique d'exploration du corps humain qui permet de diagnostiquer des maladies. Lors d'une scintigraphie de la glande thyroïde, on injecte une dose d'iode dans le corps d'un patient. Cette dose se fixe sur la glande thyroïde de ce patient puis se désintègre au cours du temps.

Le graphique donné en **annexe** représente le nombre de noyaux d'iode, exprimé en milliards, restant fixés sur la glande thyroïde en fonction du temps.

1. En utilisant le graphique donné en **annexe**, indiquons que :

a. le nombre de noyaux injectés initialement est 400. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe appartenant à l'axe des ordonnées.

b. le nombre minimal d'heures à attendre pour que la moitié des noyaux injectés ait été désintégrée est d'environ 14 heures ;

Nous lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 200. Elle est d'environ 13,5 heures .

On considère la fonction N définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par : $N(t) = 400 \times 0{,}95^t$.
La courbe donnée en annexe est la représentation graphique de la fonction N dans un repère orthogonal.

Pour tout temps t, exprimé en heures, on admet que $N(t)$ représente le nombre de noyaux, exprimé en milliards, restant fixés sur la glande thyroïde au temps t.

2. Nous savons que si $0 < a < 1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction décroissante sur $\mathbb{R}$.

Ici $a = 0{,}95$, c'est-à-dire un nombre strictement inférieur à 1 par conséquent la fonction f est une fonction décroissante sur $[0 ; 100]$.

On admet que la fonction N a le même sens de variation que la fonction f, fonction exponentielle de base 0,95 définie sur $[0 ; 100]$ par $f(t) = 0{,}95^t$. Par conséquent, la fonction N est décroissante sur $[0 ; 100]$.

3. **a.** Résolvons l'inéquation : $N(t) < 40$.

$$\begin{aligned}
400 \times 0{,}95^t &< 40\\
0{,}95^t &< 0{,}1\\
\log 0{,}95^t &< \log 0{,}1\\
t \log 0{,}95 &< \log 0{,}1\\
t &> \frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}95} \qquad \text{car } \log 0{,}95 < 0\\
\frac{\log 0{,}1}{\log 0{,}95} &\approx 44{,}891
\end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'inéquation est $\left]\dfrac{\log 0{,}1}{\log 0{,}95}\ ;\ 100\right]$

b. On considère que le produit injecté a été éliminé de l'organisme lorsqu'il reste moins de 10 % de la quantité injectée initialement.

La quantité restante pour que le produit restant soit considéré comme éliminé est $400 \times \dfrac{10}{100} = 40$.

Déterminer au bout de combien de temps nous pouvons considérer que le produit a été éliminé de l'organisme revient à résoudre $N(t) < 40$.

Nous déterminâmes en **3. a.** que le temps nécessaire devait être au moins de

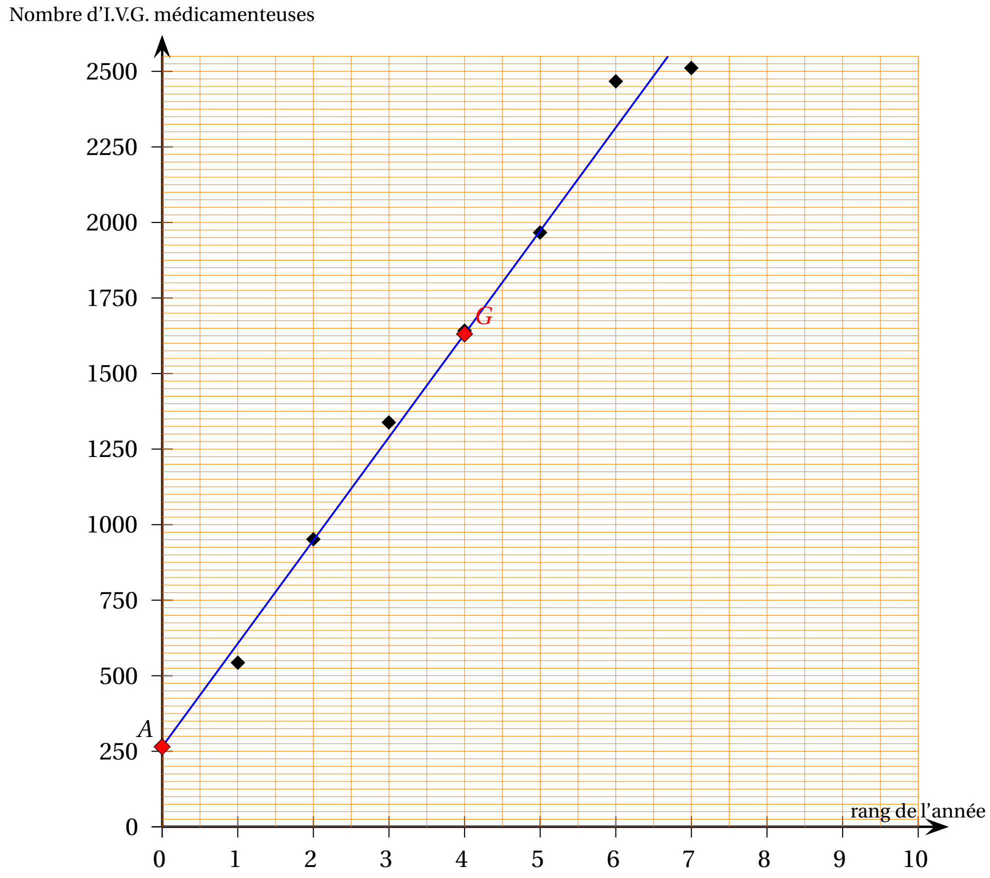
44,891 heures, ce qui correspond à environ 1 jour et 21 heures.

4. Calculons le pourcentage de diminution du nombre de noyaux entre la première heure et la sixième heure.

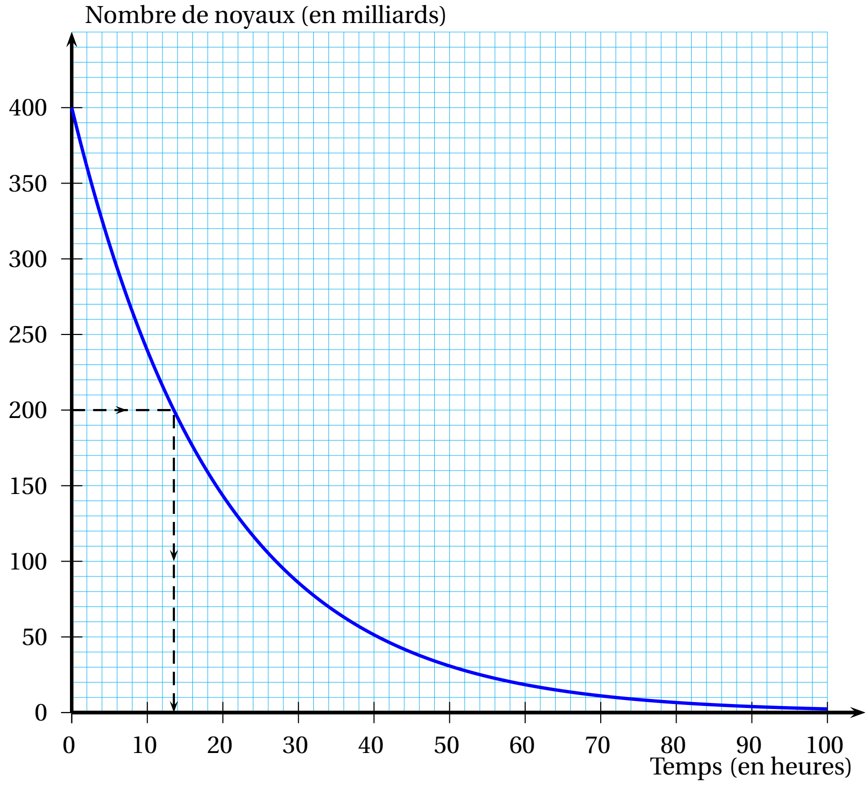
Le taux de variation t est $\dfrac{N(6) - N(0)}{N(0)}$. $t = \dfrac{400 \times 0{,}95^6 - 400}{400} = 0{,}95^6 - 1 = -0{,}2649$

Le pourcentage de diminution du nombre de noyaux entre la première heure et la sixième heure est, arrondi à 0,1 %, de 26,5 %.

ANNEXE À rendre avec la copie



EXERCICE 3


Nombre de noyaux (en milliards)
400
350
300
250
200
150
100
50
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Temps (en heures)