

❧ Corrigé du baccalauréat ST2S ❧  
 Nouvelle Calédonie – Novembre 2018

**Exercice 1**

**6 points**

Des études statistiques ont prouvé que 4 % de la population d'un pays est atteinte par une certaine maladie.

Pour cette maladie, un laboratoire pharmaceutique élabore un nouveau test de dépistage.

Les essais sur un groupe témoin ont donné les résultats suivants :

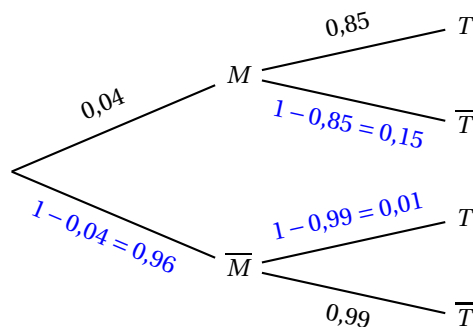
- 4 % des individus du groupe témoin sont atteints par la maladie;
- 85 % des personnes atteintes par la maladie réagissent positivement au test;
- 99 % des personnes non atteintes par la maladie réagissent négativement au test.

On choisit au hasard un individu dans le groupe témoin; on admet que chaque individu a la même probabilité d'être choisi.

On note les événements suivants :

- $M$  : « l'individu choisi est atteint par la maladie »;
- $T$  : « l'individu choisi réagit positivement au test ».

1. On sait que 4 % des individus du groupe témoin sont atteints par la maladie, donc la probabilité de l'événement  $M$  est  $P(M) = 0,04$ .
2. On sait que 85 % des personnes atteintes par la maladie réagissent positivement au test donc la probabilité qu'un individu réagisse positivement au test sachant qu'il est atteint par la maladie est  $P_M(T) = 0,85$ .
3. On complète l'arbre de probabilité ci-dessous :



4. L'événement  $M \cap T$  est « l'individu choisi est atteint par la maladie et réagit positivement au test ».

D'après l'arbre,  $P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T) = 0,04 \times 0,85 = 0,034$ .

5. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0,034 + 0,96 \times 0,01 = 0,034 + 0,0096 = 0,0436.$$

6. La probabilité qu'un individu ne soit pas atteint par la maladie sachant qu'il réagit positivement au test est :  $P_T(\overline{M}) = \frac{P(\overline{M} \cap T)}{P(T)} = \frac{0,0096}{0,0436} \approx 0,22$ .

7. Certains organismes de santé autorisent la commercialisation d'un test de dépistage lorsque la probabilité de ne pas être atteint par la maladie sachant que la réaction au test est positive est inférieure à 20 %.

D'après la question précédente, la probabilité de ne pas être atteint par la maladie sachant que la réaction au test est positive est d'environ 22 % donc le laboratoire pharmaceutique n'est pas en droit d'espérer, selon ce critère, une commercialisation de son test.

**Exercice 2****8 points**

L'Allocation Personnalisée d'Autonomie en établissement (APA en établissement) est une allocation destinée aux personnes âgées de plus de 60 ans en perte d'autonomie et résidant dans un établissement de santé. Dans cet exercice, on modélise de deux façons différentes l'évolution du montant de l'APA en établissement dans un département français.

**Partie A**

Le tableau suivant donne les montants, en euro, de l'APA en établissement de 2007 à 2015 pour le département considéré :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Montant en euro de l'APA en établissement ( $y_i$ )	13 504	14 443	14 914	15 351	15 751	16 144	16 744	17 190	18 070

Source DREES, enquête aide sociale

**En annexe 1**, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées ( $x_i$  ;  $y_i$ ) associé à cette série statistique.

1. a.  $x_G = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = 5$   
 $y_G = \frac{13504+14443+14914+15351+15751+16144+16744+17190+18070}{9} \approx 15590$
- b. On place le point G dans le repère; voir graphique.
2. On admet que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = 516x + 13210$  réalise un bon ajustement affine du nuage de points jusqu'en 2020.
  - a. On détermine deux points de la droite :

Abscisse	0	10
Ordonnée	$0 + 13210 = 13210$	$516 \times 10 + 13210 = 18370$

On trace la droite  $\mathcal{D}$  dans le repère; voir graphique.

- b. L'année 2018 correspond à  $x = 12$ ; or  $516 \times 12 + 13210 = 19402$ .  
 Donc une estimation du montant de l'APA en établissement dans ce département pour l'année 2018 est de 19402 euros.

**Partie B**

On a recopié le tableau précédent dans une feuille de calcul d'un tableur.

Les cellules de la ligne 4 sont au format pourcentage.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2	Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Montant en euro de l'APA en établissement	13 504	14 443	14 914	15 351	15 751	16 144	16 744	17 190	18 070
4	Taux d'évolution									

1. a. L'arrondi à 0,1 % du taux d'évolution du montant de l'APA en établissement dans ce département entre 2014 et 2015 est obtenu par  $\frac{18070 - 17190}{17190} \times 100$ , ce qui donne 5,1 %.
- b. La formule à entrer dans la case C4 pour obtenir, par recopie vers la droite, les taux d'évolution en pourcentage du montant de l'APA en établissement dans ce département, entre deux années consécutives est :  $=(C3-B3)/B3$ .

2. On suppose maintenant que le montant de l'APA en établissement dans ce département augmente de 5,1% par an après 2015. On décide de modéliser ce montant par une suite numérique  $(u_n)$ .

Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  désigne le montant de l'APA en établissement dans ce département, en euro, pour l'année  $(2015 + n)$ . Ainsi,  $u_0 = 18070$ .

- a. On calcule  $u_1$  qui représente le montant de l'APA en  $2015 + 1$  soit en 2016 :

$$u_1 = u_0 + u_0 \times \frac{5,1}{100} = u_0 \left(1 + \frac{5,1}{100}\right) = 18070 \times 1,051 \approx 18992.$$

- b. Pour tout  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n \times 1,051$  donc la suite  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = 1,051$ ; son premier terme est  $u_0 = 18070$ .

- c. D'après la question précédente, on a, pour tout entier  $n$ ,  $u_n = u_0 \times q^n = 18070 \times 1,051^n$ .

3. Pour 2018, le premier modèle donne une estimation de 19402 €.

Pour 2018 = 2015 + 3, le second modèle donne une estimation de  $u_3 = 18070 \times 1,051^3 \approx 20978$  €.

C'est donc le second modèle qui prévoit le plus haut montant de l'APA en établissement pour l'année 2018.

**Exercice 3**

**6 points**

**Partie A**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par :  $f(t) = -t^3 + 3t^2 + 24t + 28$ .

Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

- Pour tout  $t$  de  $\mathbf{R}$ ,  $f'(t) = -3t^2 + 6t + 24$
- Pour tout  $t$  de  $\mathbf{R}$ ,  $(4 - t)(3t + 6) = 12t + 24 - 3t^2 - 6t = -3t^2 + 6t + 24 = f'(t)$ .
- On étudie le signe de  $f'(t)$  au moyen d'un tableau de signes :

$t$	$-\infty$		$-2$		$4$		$+\infty$
$4 - t$		+		+	0		-
$3t + 6$		-	0		+		+
$f'(t)$		-	0		+	0	-

4.  $f(-2) = 0$  et  $f(4) = 108$ ; on déduit le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbf{R}$ .

$t$	$-\infty$		$-2$		$4$		$+\infty$
$f'(t)$		-	0		+	0	-
$f(t)$		↘		0	↗		108
		↘			↘		

**Partie B**

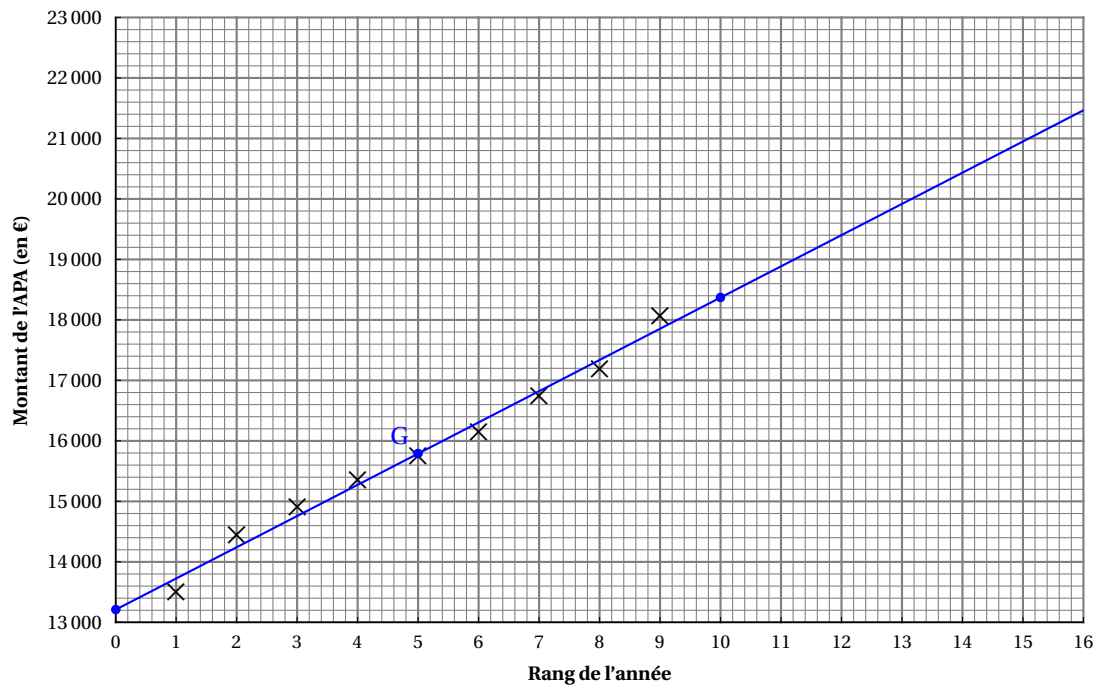
Une épidémie de varicelle s'est déclarée dans les crèches d'une commune. On observe son évolution dans le temps.

Un relevé hebdomadaire effectué par le service communal d'hygiène et de santé a permis d'établir le tableau suivant :

Nombre de semaines écoulées depuis le début de l'épidémie ( $x_i$ )	0	1	2	3	4	5
Nombre de cas de varicelle ( $y_i$ )	25	52	82	100	110	97

1.
  - a. **En annexe 2**, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, une partie de la courbe représentative de la fonction  $f$ . Dans ce repère, on place les points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  correspondant au relevé ci-dessus.
  - b. Les points tracés sont très proches de la courbe, donc il est pertinent de modéliser le nombre de cas de varicelles au cours du temps par la fonction  $f$ .  
Le nombre de semaines et le nombre de cas de varicelles doivent être positifs donc on se placera sur l'intervalle  $[0 ; 7]$ .
2. En utilisant cette modélisation et avec la précision permise par le graphique :
  - a. le nombre d'enfants atteints par la varicelle au bout de 10 jours est d'environ 65;
  - b. la période durant laquelle le nombre de cas de varicelle est supérieur à 100 est entre 21 et 34 jours.
3. D'après ce modèle, il n'y aura plus aucun enfant atteint de varicelle dans les crèches de la commune au bout de 7 semaines.  
En effet,  $f(7) = 0$  et si  $t > 7$ , alors  $f(t) < 0$ .

**ANNEXE 1**  
*À rendre avec la copie*  
**EXERCICE 2**



**ANNEXE 2**  
**À rendre avec la copie**  
**EXERCICE 3**

