# ∽ Corrigé du baccalauréat ST2S ∾
# Métropole - La Réunion – 18 juin 2019

**EXERCICE 1** **(5 points)**

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Le volume de la première dose est déterminé en fonction de la masse corporelle du patient à raison de 2 mL de médicament par kg. Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 5 %. Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection.
On applique le traitement à une personne dont la masse corporelle est de 60 kg. Pour déterminer les doses administrées, on s'aide de la feuille de calcul automatisé ci-dessous (les cellules de la plage [B2 : G2] sont paramétrées pour afficher les valeurs arrondies au dixième).

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Numéro de l'injection | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | Dose administrée en mL à chaque injection | 120 | 126 | 132,3 | 138,9 | 145,9 | 153,2 |

*Tous les résultats seront arrondis au dixième.*

**1.**
- On administre le traitement à une personne de 60 kg et on injecte la première fois 2 mL par kilo donc une dose de $60 \times 2 = 120$ mL ; donc on met 120 en case `B2`.
- Chaque semaine, on augmente la dose de 5 % donc la 2e semaine on injectera une dose, en mL, de $120 + \dfrac{5}{100} \times 120 = 120 \times 1,05 = 126$ ; on met donc 126 dans la case `C2`.

**2.** La formule à saisir dans la cellule `C2` et à recopier vers la droite pour calculer les valeurs des doses à administrer chaque semaine est $\boxed{\texttt{= B2 * 1,05}}$

**3.** On appelle $V_n$ la valeur, en mL, du volume de la dose administrée lors de la $n$-ième injection. Ainsi, $V_1 = 120$.

**a.** Ajouter 5 % c'est multiplier par 1,05 donc la suite $(V_n)$ est géométrique de raison $q = 1,05$ et de premier terme $V_1 = 120$.

**b.** De la nature de la suite $(V_n)$, on peut déduire que, pour tout $n \geqslant 1$, on a
$V_n = V_1 \times q^{n-1} = 120 \times 1,05^{n-1}$.

**c.** Le volume administré lors de la 10e injection est en mL de $V_{10} = 120 \times 1,05^{10} \approx 195,5$.

**4. a.** Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection. Le volume initial est de 120, donc on s'arrête dès que $V_n \geqslant 2 \times 120$ soit $120 \times 1,05^{n-1} \geqslant 240$.
b) $V_{15} \approx 237,6 < 240$ et $V_{16} \approx 249,5 > 240$ donc c'est au cours de la 16e injection que l'on dépasse 240 donc le traitement comporte 16 injections.

**5.** Le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble du traitement est, en mL, de $V_1 + V_2 + \cdots + V_{16} = V_1 \times \dfrac{1-q^{16}}{1-q} = 120 \times \dfrac{1-1,05^{16}}{1-1,05} \approx 2\,838,9$.

**EXERCICE 2** **(8 points)**

**Partie A :** Lien entre le prix du tabac et la consommation de cigarettes en France

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du prix en euros du paquet de 20 cigarettes de la marque la plus vendue en France ainsi que celle du nombre total de paquets de 20 cigarettes vendus en France, exprimé en milliards et arrondi au centième.

| Année | 2004 | 2007 | 2010 | 2013 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|
| Prix $x_i$ du paquet de 20 cigarettes de la marque la plus vendue en France (en euros) | 5 | 5,13 | 5,65 | 6,7 | 7 |
| Nombre total $y_i$ de paquets de 20 cigarettes vendus en France (en milliards) | 2,75 | 2,75 | 2,74 | 2,38 | 2,25 |

*Source : Baromètre de la santé, INVS*

1. La baisse en pourcentage du nombre total de paquets de 20 cigarettes vendus en France entre l'année 2004 et l'année 2016 est de $\dfrac{2,25-2,75}{2,75}\times 100 \approx -18,2$.
2. En **annexe 1 page 5/5**, figurent quatre des cinq points du nuage représentant les données du tableau.

   Il manque le point de coordonnées (5,65 ; 2,74) (voir graphique)
3. On choisit la droite $(d)$ d'équation $y=-0,255x+4,08$ comme droite d'ajustement du nuage de points; elle est représentée en **annexe 1 page 5/5**. On suppose qu'elle modélise le nombre total de paquets de 20 cigarettes vendus en France en fonction du prix d'un paquet de 20 cigarettes de la marque la plus vendue en France.

   **a.** Le ministère de la santé souhaite que le prix de vente d'un paquet de 20 cigarettes de la marque la plus vendue soit de 10 € en 2020.

   Pour $x=10$, $y=-0,255\times 10+4,08=1,53$ milliard de paquets.

   **b.** On veut passer sous les 1 milliard de paquets vendus donc on cherche $x$ pour que $y<1$; on résout cette inéquation :

   $y<1 \iff -0,255x+4,08<1 \iff 3,08<0,255x \iff \dfrac{3,08}{0,255}<x$

   Or $\dfrac{3,08}{0,255}\approx 12,08$ donc le prix minimum d'un paquet permettant de passer sous la barre d'un milliard de paquets vendus est de 12,10 euros.

**Partie B :** Consommation de tabac et revenus en France

1. En 2000, une enquête réalisée auprès de 10 508 personnes âgées de 18 à 75 ans a étudié la relation entre le tabagisme et les revenus. Les revenus sont répartis en trois tranches. Les résultats de l'enquête figurent dans le tableau suivant :

| | Revenus inférieurs | Revenus moyens | Revenus supérieurs | Total |
|---|---|---|---|---|
| Fumeurs | 1 126 | 1 155 | 914 | 3 195 |
| Non-fumeurs | 2 403 | 2 596 | 2 314 | 7 313 |
| Total | 3 529 | 3 751 | 3 228 | 10 508 |

*Source : Baromètre de la santé, INVS*

On choisit au hasard la fiche réponse d'un individu ayant participé à l'enquête.
On définit les événements suivants :

- $F$ : « la fiche est celle d'un fumeur »;
- $\overline{F}$ : est l'événement contraire de l'événement $F$;
- $I$ : « la fiche est celle d'un individu dont les revenus sont dans la tranche des revenus inférieurs »;
- $M$ : « la fiche est celle d'un individu dont les revenus sont dans la tranche des revenus moyens »;
- $S$ : « la fiche est celle d'un individu dont les revenus sont dans la tranche des revenus supérieurs ».

**a.** Il y a 3 751 individus dont les revenus sont dans la tranche des revenus moyens, et 10 508 individus en tout. On choisit une fiche au hasard donc la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un individu aux revenus moyens est $\dfrac{3\,751}{10\,508}\approx 0,357$.

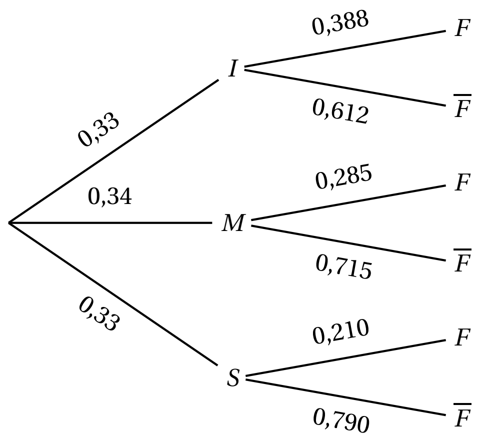
**b.** L'événement $F\cap M$ est l'événement « l'individu est fumeur et dans la tranche de revenus moyens » dont le nombre est 1 155; donc $p(F\cap M)=\dfrac{1\,155}{10\,508}\approx 0,110$.

On peut donc dire qu'il y a environ 11 % de fumeurs ayant des revenus moyens dans la population totale.

**c.** Sachant que la fiche choisie est celle d'un individu aux revenus moyens, la probabilité qu'il s'agisse d'un fumeur est $p_M(F)$. Il y a 1 155 personnes aux revenus moyens et parmi eux 3 751 fumeurs donc $p_M(F) = \dfrac{1\,155}{3\,751} \approx 0{,}308$.

**d.**
- $p_I(F) \approx 0{,}319$ donc il y a environ 31,9 % de fumeurs parmi les personnes à revenus inférieurs.
- $p_S(F) \approx 0{,}283$ donc il y a environ 28,3 % de fumeurs parmi les personnes à revenus supérieurs.

**2.** Une enquête semblable a été effectuée en 2016. Elle a permis d'obtenir l'arbre de probabilités suivant qui utilise les mêmes notations d'événements qu'à la question **1.** de la **Partie B**.




**a.** $p(M) > p(I)$ et $p(M) > p(S)$ donc c'est chez les personnes à revenus moyens que le tabagisme est le plus élevé.

**b.** Pour voir comment le tabagisme a évolué entre 2000 et 2016 pour les tranches de revenus supérieurs et inférieurs, on va comparer $p_S(F)$ entre 2000 et 2016, puis $p_I(F)$ entre 2000 et 2016.

| | $p_S(F)$ | $p_I(F)$ |
|---|---|---|
| 2000 | 0,283 | 0,319 |
| 2016 | 0,210 | 0,388 |

Donc entre 2000 et 2016, parmi les revenus supérieurs, le tabagisme a baissé, tandis que parmi les revenus inférieurs, le tabagisme a augmenté.

**c.** D'après la formule des probabilités totales :

$$p(F) = p(I \cap F) + p(M \cap F) + p(S \cap F) = p(I) \times p_I(F) + p(M) \times p_M(F) + p(S) \times p_S(F)$$
$$= 0{,}33 \times 0{,}388 + 0{,}34 \times 0{,}285 + 0{,}33 \times 0{,}210 \approx 0{,}294.$$

**d.** $p_F(S) = \dfrac{p(S \cap F)}{p(F)} \approx \dfrac{0{,}33 \times 0{,}210}{0{,}294} \approx 0{,}236$

On peut donc dire qu'il y a environ 23,6% de revenus supérieurs parmi les fumeurs.

## EXERCICE 3 — 7 points

On modélise l'évolution d'une épidémie dans une région donnée par une fonction $f$ qui donne le nombre de personnes malades, en milliers, en fonction du temps compté en jours depuis le début de l'étude. La fonction $f$ est représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ pour les 16 premiers jours de la modélisation sur l'**annexe 2 page 5/5**.

**Partie A :** Lecture graphique

**1.** Une valeur approchée du nombre de personnes malades au début de l'étude est 270.

**2.** Le nombre de jours au bout desquels le nombre de personnes malades est supérieur à 1 000 000 correspond au moment où la courbe passe au dessus de la droite d'équation $y = 1\,000$, c'est-à-dire au cours du 4e jour.

**3.** On sait que :

- au-delà du 16e jour, le nombre de personnes malades diminue de plus en plus vite jusqu'au 18e jour;
- à partir du 19e jour, le nombre de personnes malades diminue de moins en moins vite pour passer sous la barre des 200 000 au cours du 26e jour.

On complète la courbe représentative de $f$ sur l'**annexe 2 page 5/5**, en proposant une courbe qui soit compatible avec ces informations.

**Partie B :** Étude de la fonction $f$

On admet que, sur l'intervalle $[0~;~16]$, $f$ est définie par : $f(x) = -x^3 + 12x^2 + 144x + 270$.

**1.** Le nombre d'individus malades au 12e jour de l'étude est
$f(12) = -12^3 + 12 \times 12^2 + 144 \times 12 + 270 = -1\,728 + 1\,728 + 1\,728 + 270 = 1\,998$.

**2.** On admet que $f'(x) = 3(12 - x)(x + 4)$.

**a.** On étudie le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0~;~16]$ :

| $x$ | 0 | | 12 | | 16 |
|---|---|---|---|---|---|
| $12 - x$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $x + 4$ | | $+$ | | $+$ | |
| $f'(x) = 3\,(12 - x)\,(x + 4)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

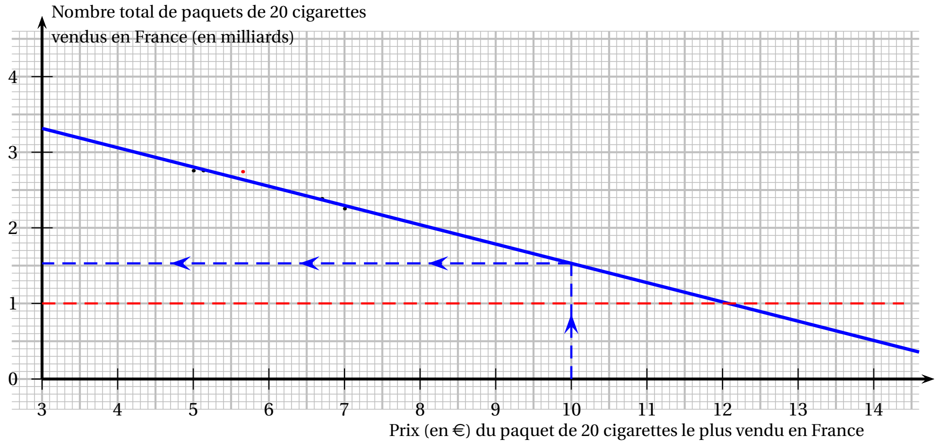
**b.** $f(0) = 270$, $f(12) = 1\,998$ et $f(16) = 1\,550$
On construit le tableau des variations de $f$ sur $[0~;~16]$ :

| $x$ | 0 | | 12 | | 16 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $f(x)$ | 270 | $\nearrow$ | 1 998 | $\searrow$ | 1 550 |

**c.** Pour que le nombre de personnes contaminées atteigne les deux millions, il faudrait que $f(x)$ prenne la valeur 2 000 ce qui, d'après le tableau des variations de $f$, n'est pas possible ; le nombre de personnes contaminées n'atteindra donc pas les deux millions.

**ANNEXE 1 (exercice 2)**

À rendre avec la copie.




**ANNEXE 2 (exercice 3)**

À rendre avec la copie.

$\mathscr{C}_f$, courbe représentative de $f$ sur [0 ; 16]