Corrigé du baccalauréat ST2S 10 septembre 2019
Métropole La Réunion

EXERCICE 1 **6 points**

PARTIE A : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;12]$ par :

$$f(t)=\frac{10}{t+1}.$$

1. On admet que la fonction dérivée f' de f est définie sur l'intervalle $[0;12]$ par :

$$f'(t)=-\frac{10}{(t+1)^2}.$$

   a. $f'(t)$ est négatif sur l'intervalle $[0;12]$ puisque c'est l'opposé d'un nombre réel positif, lui-même quotient de deux nombres positifs.

   b. Établissons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;12]$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x)<0$ alors f est strictement décroissante sur I.
   Sur $[0\,;\,12]$, $f'(t)<0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

x	0	12
$f'(x)$	−	
Variation de f	10 ↘	$\frac{10}{13}$

   Les images de 0 et de 12 par la fonction f sont respectivement 10 et $\dfrac{10}{13}$.

2. Le tableau de valeurs de la fonction f est complété sur l'**annexe 1, à rendre avec la copie.**
   On arrondira si besoin à 10^{-1}.
3. La courbe (C) représentative de la fonction f est tracée sur l'**annexe 2, à rendre avec la copie**.
4. **a.** Vérifions que $f'(0)=-10$. Nous remplaçons t par 0 dans l'expression de la dérivée,
   $f'(t)=-\dfrac{10}{(0+1)^2}=-10$. Ce nombre est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe représentative de f.

   b. Sur l'**annexe 2**,nous avons tracé la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
   Remarque : L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe est : $y=-10x+10$.

PARTIE B : application

Dans le cadre d'une étude, un laboratoire expose une culture de bactéries à des rayons ultraviolets (UV).
Ces rayons ont un effet désinfectant et provoquent la diminution du nombre de bactéries.
On suppose que le nombre (en millions) de bactéries présentes au bout du temps t (exprimé en heures) écoulé depuis le début de l'exposition aux UV est donné par la fonction f définie sur $[0;12]$ par :

$$f(t)=\frac{10}{t+1}.$$

On se servira de la partie A pour répondre aux questions suivantes :

1. Utilisation de la fonction f.

   a. Le nombre de bactéries présentes au début de l'expérience est $f(0)$ soit 10 millions.

b. Déterminons le temps nécessaire pour que soient éliminées 90 % des bactéries présentes au début de l'expérience. Si 90 % des bactéries sont éliminés il en reste donc 10 % soit 1 (en millions).

Résolvons $f(t) = 1$. $\dfrac{10}{t+1} = 1$ d'où $10 = 1 + t$ et $t = 9$.

Il faudra neuf heures pour que 90 % des bactéries soient éliminées.

2. Utilisation de la fonction f'.

On admet que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,12]$, le nombre dérivé $f'(t)$ correspond à la vitesse d'évolution du nombre de bactéries à l'instant t.

Comparons les vitesses d'évolution du nombre de bactéries aux instants 0 et 4.

Nous avons vu que la vitesse d'évolution du nombre de bactéries à l'instant $t = 0$ était de -10. Calculons $f'(4)$. $f'(4) = -\dfrac{10}{(4+1)^2} = -\dfrac{2}{5}$.

La décroissance est la plus forte à l'instant $t = 0$.

EXERCICE 2 — 6 points

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Le tableau ci-dessous donne le nombre des unions civiles, PACS* ou mariages, enregistrées en France entre 2005 et 2016.
(*PACS*. Pacte Civil de Solidarité*)

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de mariages (en milliers)	283	274	273	265	251	252	237	246	239	241	236	233
Nombre de PACS (en milliers)	60	77	102	146	174	205	152	160	169	174	189	192

(d'après INSEE *Mariages et PACS en* 2017)

PARTIE A : étude de l'évolution du nombre de mariages

1. Le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ où x_i désigne le rang de l'année et y_i le nombre de mariages est représenté sur le graphique donné en **annexe 3**, à rendre avec la copie.

2. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère fourni en **annexe 3**.

Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$.

$$\overline{x_G} = \frac{1+2+\cdots+11+12}{12} = 6{,}5 \qquad \overline{y_G} = \frac{283+274+\cdots+236+233}{12} = 252{,}5$$

$G\,(6{,}5\,;\,252{,}5)$.

3. On réalise un ajustement affine de ce nuage à l'aide de la droite (d_1) d'équation : $y = -4,4x + 281,1$.

La droite (d_1) est tracée sur le graphique donné en annexe 3 page 6 / 6. Pour la tracer, nous pouvons utiliser les points de coordonnées (0 ; 281,1) et (11 ; 232,7).

4. On suppose que ce modèle d'ajustement reste valable jusqu'en 2025. Déterminons le nombre de mariages prévisibles en 2020. En 2020, $x = 16$. En remplaçant x par sa valeur dans l'équation de (d_1), nous obtenons $y = -4{,}4 \times 16 + 281{,}1 = 210{,}7$.

PARTIE B : comparaison des PACS et mariages

1. D'après les indications du tableau, calculons la part exprimée en pourcentage, arrondie à 1 %, des mariages enregistrés en 2016 par rapport à l'ensemble des unions civiles de cette même année.

En 2016 il y a eu en milliers $233 + 192$ soit 425 unions civiles ; la part des mariages parmi ces unions civiles est donc $\dfrac{233}{425} \approx 0{,}548$.

La part exprimée en pourcentage, arrondie à 1 %, des mariages enregistrés en 2016 par rapport à l'ensemble des unions civiles de cette même année est de 55 %.

2. On a représenté sur l'**annexe 3** le nuage de points correspondant aux nombres annuels de PACS à partir de l'année 2011. On a effectué un ajustement affine de ce nuage de points à l'aide de la droite (d_2) d'équation : $y = 8,5x + 92$.

   On suppose que cet ajustement permet de modéliser jusqu'en 2025 l'évolution du nombre annuel y de PACS en fonction du rang x de l'année.

   D'après ce modèle, déterminons à partir de quelle année le nombre de PACS sera supérieur au nombre de mariages. Calculons les abscisses pour lesquels les ordonnées des points de (d_2) sont supérieures aux ordonnées des points de (d_1). Résolvons $8,5x + 92 \geqslant -4,4x + 281,1$.

   $8,5x + 92 \geqslant -4,4x + 281,1 \quad (8,5 + 4,4)x \geqslant 281,1 - 92 \quad 12,9x \geqslant 189,1 \quad x \geqslant \dfrac{189,1}{12,9}$

   $\dfrac{189,1}{12,9} \approx 14,66$, il en résulte qu'à partir de 2019 le nombre de PACS sera supérieur au nombre de mariages.

EXERCICE 3 — 8 points

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Un cabinet d'orthophonie fait le bilan de son activité.

PARTIE A : évolution du nombre trimestriel de séances

Dans cette partie, on s'intéresse au nombre de séances d'orthophonie réalisées chaque trimestre au sein du cabinet.
Une feuille de calcul automatisée donne l'évolution du nombre de séances réalisées du premier trimestre 2016 jusqu'au premier trimestre 2018 inclus.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2016				2017				2018
2	Trimestre	1	2	3	4	1	2	3	4	1
3	Nombre de séances	475	494	511	520	537	547	564	581	598
4	Taux d'évolution entre deux trimestres consécutifs		4 %							

Les cellules de la ligne 4, de C4 à J4, sont au format pourcentage.

1. Calculons le taux d'évolution du nombre de séances entre le deuxième et le troisième trimestre 2016.
   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \dfrac{511 - 494}{494} \approx 0,03441$.
   Le taux d'évolution du nombre de séances entre le deuxième et le troisième trimestre 2016 exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 % est de 3,4 %.
2. Une formule à saisir dans la cellule C4 qui, recopiée vers la droite, qui permet de calculer le taux d'évolution du nombre de séances réalisées par le cabinet d'orthophonie entre deux trimestres consécutifs est : =(C$3−B$3)/B$3.

PARTIE B : modélisation de l'évolution

Dans cette deuxième partie, on considère que, à partir du premier trimestre 2018, le nombre trimestriel de séances d'orthophonie augmentera au rythme de 3 % par trimestre.
On modélise, à l'aide d'une suite géométrique (r_n), le nombre trimestriel de séances réalisées par le cabinet, l'entier n désignant le nombre de trimestres écoulés depuis le début de l'année 2018.
Ainsi $r_1 = 598$.

1. À un taux d'évolution de 3 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,03. Il en résulte que la raison de la suite géométrique (r_n) est égale à $1,03$.
2. Calculons dans le cadre de cette modélisation le nombre de séances réalisées au cours du premier trimestre 2019. Le nombre de séances a évolué quatre fois entre le premier trimestre 2018 et le premier trimestre 2019. $r_5 = 598 \times 1,03^4 \approx 673,04$
   Selon ce modèle, nous pouvons estimer le nombre de séances à 673.
3. Résolvons, dans l'ensemble des réels, l'inéquation : $598 \times 1,03^{x-1} \geqslant 800$.

$$598 \times 1,03^{x-1} \geqslant 800$$
$$1,03^{x-1} \geqslant \frac{800}{598}$$
$$\log 1,03^{x-1} \geqslant \log \frac{400}{299}$$
$$x-1 \log 1,03 \geqslant \log \frac{400}{299}$$
$$x-1 \geqslant \frac{\log \frac{400}{299}}{\log 1,03}$$
$$x \geqslant 1+\frac{\log \frac{400}{299}}{\log 1,03}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[1+\dfrac{\log \frac{400}{299}}{\log 1,03}\ ;\ +\infty\right[$, ou approximativement $[10,845\ ;\ +\infty[$.

4. Les orthophonistes estiment qu'ils devront recruter un nouveau collègue lorsque le nombre trimestriel de séances dépassera 800. Selon ce modèle, en utilisant le résultat précédent, il faudra compter onze trimestres depuis le début de l'année 2018. Par conséquent il faudra faire ce recrutement à partir du troisième trimestre 2020.

PARTIE C : étude de la nature des prescriptions d'orthophonie

Dans cette dernière partie, on étudie, pour l'année 2016, les prescriptions de séances d'orthophonie. On s'intéresse d'une part au type de prescripteur (médecin généraliste ou spécialiste) et d'autre part à la nature de la pathologie traitée selon trois catégories :

— troubles de l'articulation, de la parole ou du langage;

— dyslexie, dysorthographie, dyspraxie;

— autres pathologies.

On réalise cette étude sur un échantillon de 2 000 séances effectuées en 2016.
Il en ressort que :

— 79,9 % des prescriptions ont été effectuées par un médecin généraliste; soit $2000 \times 0,799 = 1598$

— parmi les séances prescrites par un médecin généraliste, la moitié concerne la dyslexie, la dysorthographie ou la dyspraxie; soit $\dfrac{1598}{2} = 799$

— un tiers des séances prescrites par un médecin spécialiste sont en lien avec les troubles de l'articulation, de la parole ou du langage; soit $\dfrac{2000-1598}{3} = 134$

— 55 % des 380 séances associées aux autres pathologies sont prescrites par un médecin spécialiste; soit $380 \times 0,55 = 209$.

1. Le tableau est complété sur l'**annexe 4**, à rendre avec la copie.
2. On choisit au hasard une séance dans l'échantillon. On définit les évènements suivants :

   T : « la séance concerne un trouble de l'articulation, de la parole ou du langage »;

   D : « la séance concerne une dyslexie, une dysorthographie ou une dyspraxie »;

   A : « la séance concerne une autre pathologie »;

   G : « la séance est prescrite par un médecin généraliste ».

   a. On considère $P_A(G)$. Cette probabilité est celle de l'événement : « la séance est prescrite par un généraliste sachant qu'elle concerne une autre pathologie ».

   b. $P_A(G) = \dfrac{P(A \cap G)}{P(A)} = \dfrac{\frac{171}{2000}}{\frac{380}{2000}} = \dfrac{171}{380} = 0,45$.

   c. Les événements A et G sont indépendants si $P(A \cap G) = P(A) \times P(G)$. $P(A \cap G) = \dfrac{171}{2000} = 0,0855$

   $P(A) = \dfrac{380}{2000} = 0,19$; $P(G) = \frac{1598}{2000} = 0,799$

   $P(A) \times P(G) = 0,19 \times 0,799 = 0,15181$

   $P(A \cap G) \neq P(A) \times P(G)$ les événements ne sont pas indépendants.

ANNEXE 1

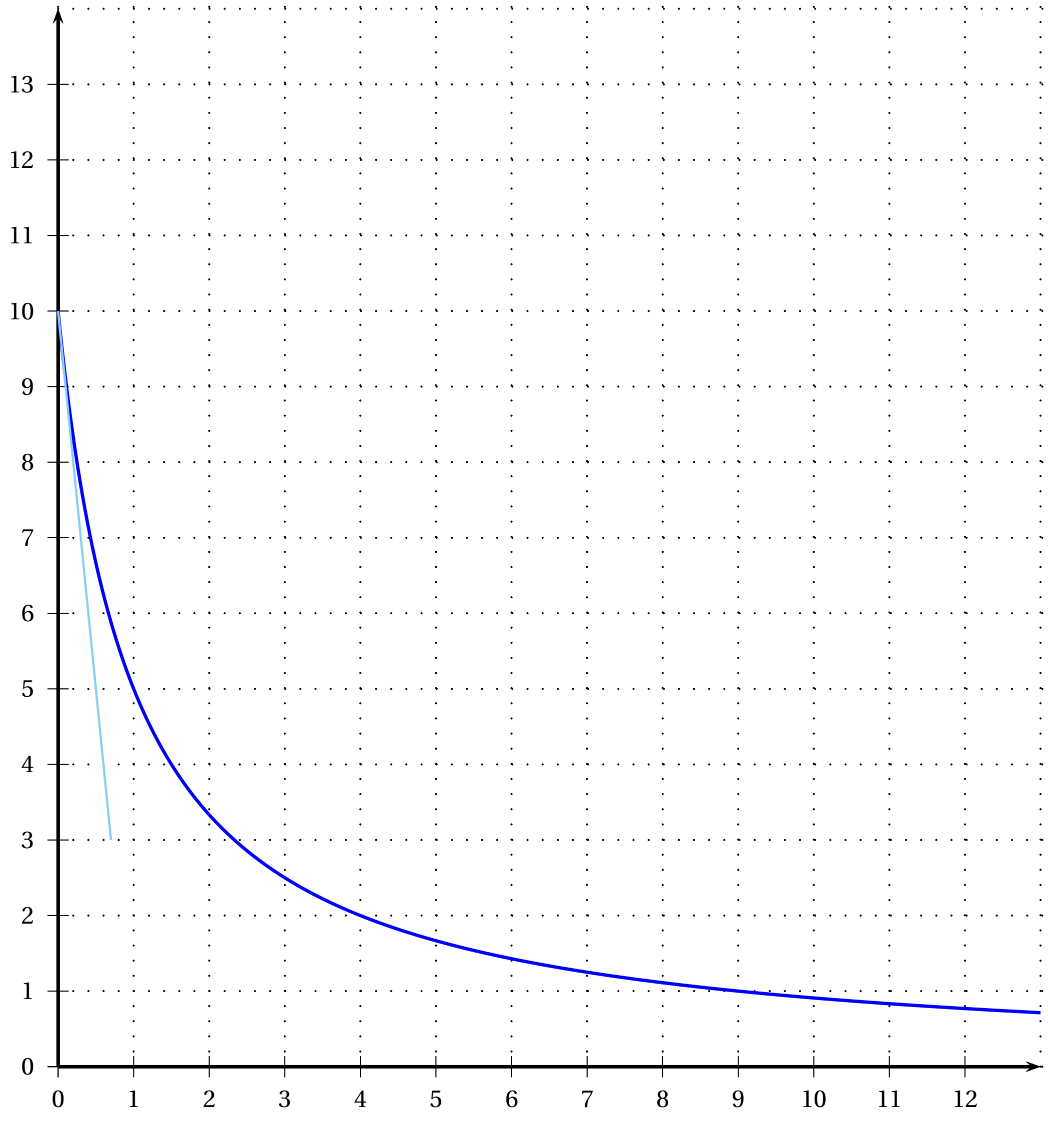
EXERCICE 1 Question 2

t	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	8	10	12
$f(t)$	10	6,7	5	4	3,3	2,5	2	1,7	1,4	1,1	0,9	0,8

Les valeurs sont arrondies au dixième

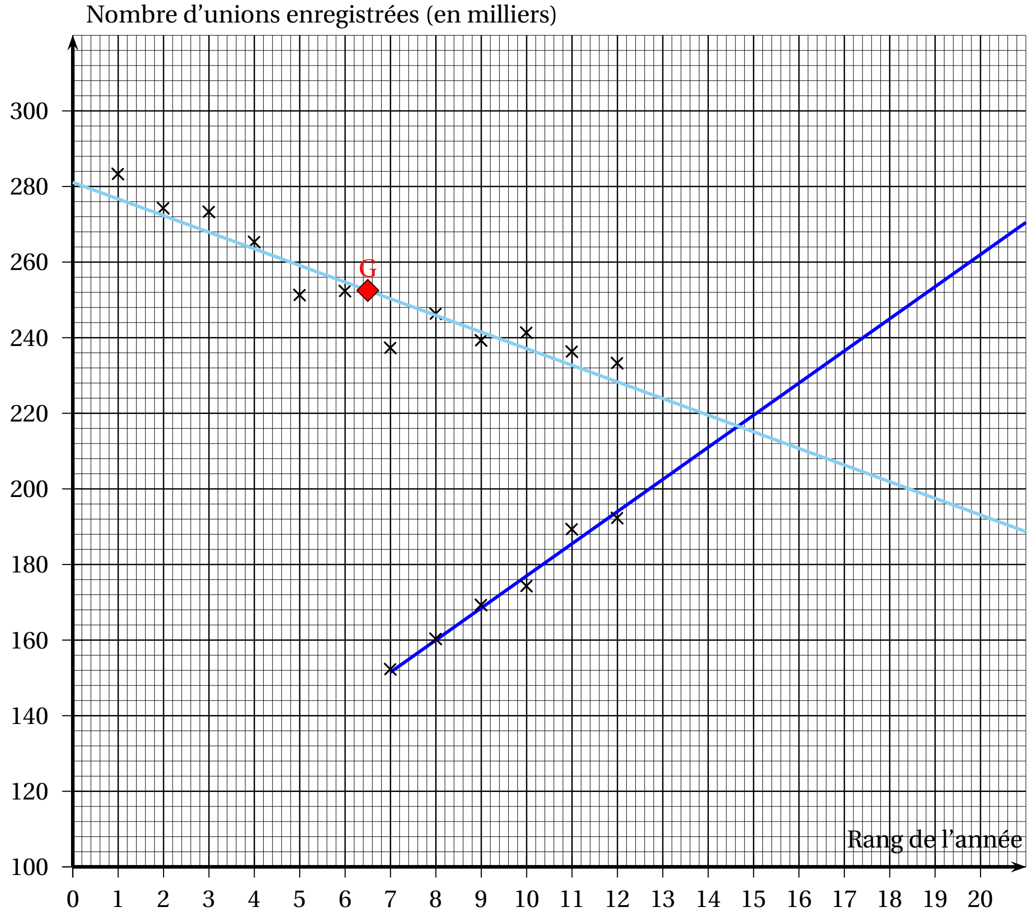
ANNEXE 2

EXERCICE 1 Question 3 – Question 4 b.



ANNEXE 3

EXERCICE 2 Partie A et partie B



ANNEXE 4

EXERCICE 3 Partie C

Pathologies : / Catégorie de médecins :	Généralistes	Spécialistes	Total
Troubles de l'articulation, de la parole ou du langage	628	134	762
Dyslexie, dysorthographie, dyspraxie	799	59	858
Autres pathologies	171	209	380
Total	1 598	402	2 000