∾ Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole 9 septembre 2014 ∾

EXERCICE 1 **7 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne le nombre de licences sportives délivrées chaque année dans une ville :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Nombre de licences sportives y_i	7 093	7 117	7 331	7 415	7 587	7 630	7 820	7 813	8 090
4	Pourcentage d'évolution (en %)									

Partie A

1. Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ a été construit dans un repère orthogonal dont les unités sont :

   - sur l'axe des abscisses : 1 cm pour un rang d'année (gradué à partir de 0) ;

   - sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour cent licences sportives (gradué à partir de 7 000).

2. **a.** Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
   Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

   $$\overline{x_G} = \frac{1+2+\cdots+8+9}{9} = 5 \qquad \overline{y_G} = \frac{7093+7117+\cdots+8090}{9} = 7544$$

   b. Le point G (5 ; 7 544) est placé sur le graphique précédent.

3. On considère la droite (D), d'équation $y = 121,15x + 6938,25$. On suppose que la droite (D) réalise un ajustement affine du nuage de points, fiable jusqu'en 2017.

   a. Le point G appartient à la droite (D) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 5.
   $y = 121,15 \times 5 + 6938,25 = 7544$.
   Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à (D).

   b. La droite (D) est tracée sur le graphique précédent.

   c. En utilisant la représentation graphique, une estimation du nombre de licences sportives qui seront délivrées en 2017 est environ 8 515. Nous lisons l'ordonnée du point d'abscisse 13 (rang de l'année 2017) appartenant à la droite (D).

   d. Retrouvons par le calcul l'estimation obtenue à la question précédente. Pour ce faire, remplaçons x par 13 dans l'équation de la droite (D). $y = 121,15\times 13+6938,25 = 8513,2$

Partie B

On arrondira les pourcentages au dixième.

1. **a.** Déterminons le pourcentage d'évolution du nombre de licences entre 2005 et 2006.
   Le taux d'évolution t est défini par $t = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \frac{7117-7093}{7093} \approx$ 0,003 38.
   Le pourcentage d'évolution du nombre de licences entre 2005 et 2006 est à 0,1 % près de 0,3 %.

b. Une formule, à saisir dans la cellule C4, qui, recopiée vers la droite, permet de calculer le pourcentage d'évolution entre deux années successives est : = (C\$3-B\$3)/B\$3.

remarque : les \$ ne sont pas obligatoires.

Les résultats dans les cellules C4 *à* J4 *sont au format pourcentage.*

2. Sachant qu'en 2013, 687 licenciés pratiquaient l'équitation, déterminons le pourcentage qu'ils représentaient parmi l'ensemble des licenciés de 2013. La part de ceux qui pratiquent l'équitation par rapport à l'ensemble des licenciés est $\dfrac{687}{8\,090} \approx 0{,}0849$ soit environ 8,5 %.

3. Sachant que les footballeurs représentaient 30 % de l'ensemble des licenciés en 2013, le nombre de footballeurs licenciés en 2013 est $8\,090 \times \dfrac{30}{100} = 2\,427$.

EXERCICE 2 — 6 points

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

Lors d'une compétition, les 198 cyclistes participants ont été contrôlés. Parmi eux, 21 cyclistes ont eu un résultat « positif » au test anti-dopage.
Néanmoins, 3 cyclistes parmi ces 21 testés « positif » n'avaient pris aucun produit dopant et 2 cyclistes parmi les testés « négatif » avaient pris des produits dopants.

1. Le tableau de l'**ANNEXE A** (à remettre avec la copie)a été complété.

2. On choisit un cycliste au hasard parmi les 198 compétiteurs.

On considère les évènements suivants :

D : « Le cycliste s'est dopé ».

N : « Le cycliste est testé « négatif ».

L'univers est l'ensemble des cyclistes participant à la compétition et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité.

La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.

a. Déterminons la probabilité qu'un cycliste soit testé « positif ».
Il y a 21 cyclistes testés « positif » parmi les 198 cyclistes. La probabilité de cet évènement est : $\dfrac{21}{198} \approx 0{,}11$.

b. Calculons

- $P(D)$: Il y a 20 cyclistes dopés parmi les 198 cyclistes $P(D) = \dfrac{20}{198} = 0{,}10$.
- $P_D(N)$: Sachant qu'il est dopé, il y a 2 cyclistes dont le test est négatif
  $P_D(N) = \dfrac{2}{20} = 0{,}1$.
- $P_{\overline{D}}(N)$: Sachant qu'il n'est pas dopé, il y a 175 cyclistes dont le test est négatif
  $P_{\overline{D}}(N) = \dfrac{175}{178} \approx 0{,}98$.

c. $D \cap \overline{N}$ est l'évènement : « le cycliste est dopé et est testé « positif ». Calculons sa probabilité.
Il y a 18 cyclistes dopés et testés « positif » parmi l'ensemble des coureurs.
$P\left(D \cap \overline{N}\right) = \dfrac{18}{198} \approx 0{,}09$.

3. Nous avons complété l'arbre pondéré de l'**ANNEXE A** (à remettre avec la copie).

4. On appelle « efficacité du test » la probabilité : $P\left(\overline{D}\cap N\right)+P\left(D\cap\overline{N}\right)$.

   Déterminons l'efficacité du test pratiqué lors de cette compétition.

   Pour ce faire calculons $P\left(\overline{D}\cap N\right)+P\left(D\cap\overline{N}\right)$.

   $P\left(\overline{D}\cap N\right)=P(N)\times P_N\left(\overline{D}\right)=0{,}89\times 0{,}99\approx 0{,}88$

   $P\left(\overline{D}\cap N\right)+P\left(D\cap\overline{N}\right)=0{,}88+0{,}09=0{,}97$.

   L'efficacité du test est de 0,97.

EXERCICE 3 **7 points**

Partie A

On arrondira au dixième les valeurs calculées dans cette partie.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par $f(x)=8\times 1,1^x$.

1. Déterminons le sens de variation de la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par $g(x)=1,1^x$.

   Nous savons que si $a>1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$. Ici $a=1{,}1$, c'est-à-dire un nombre strictement supérieur à 1 par conséquent la fonction g est une fonction croissante sur $[0\,;\,12]$.

   On admet que la fonction f a le même sens de variation que la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par $g(x)=1,1^x$. Par conséquent la fonction f est croissante sur $[0\,;\,12]$.

   Dressons le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.

x	0		12
Variation de f	8	$\nearrow$	$\approx 25{,}11$

2. Complétons le tableau de valeurs

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	8	8,8	9,7	10,7	11,7	12,9	14,1	15,6	17,1	18,9	20,8	22,8	25,1

3. Traçons la représentation graphique correspondante dans le repère fourni dans l'**ANNEXE B** (à remettre avec la copie).

Partie B

Durant l'année 2013, un particulier faisait 8 heures de sport chaque mois. À partir de janvier 2014, il décide d'augmenter de 10 % chaque mois son temps de pratique sportive mensuel.

1. Calculons son nouveau temps de pratique sportive pour le mois de janvier 2014, exprimé en heures et en minutes.

   À une augmentation de 10 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,1.

   Le nouveau temps est alors $8\times 1{,}1=8{,}8$ soit en heures et minutes de 8 heures et 48 minutes.

2. On désigne par l'entier naturel n le rang du mois et par u_n le temps de pratique sportive, en heures, du mois de rang n.

   Ainsi u_0 est égal à 8 et u_1 désigne le temps de pratique sportive pour le mois de janvier 2014. Augmentant chaque mois son temps de pratique de 10 %, le temps du mois précédent est multiplié par 1,1. Nous définissons ainsi une suite géométrique de raison 1,1 et de premier terme 8. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n=u_0\times(q)^n$. Nous avons alors $u_n=8\times 1,1^n$.

3. Le temps de pratique sportive mensuel du particulier en décembre 2014 sera alors u_{12}.

$u_{12} = 8 \times 1,1^{12} \approx 25$. Son temps de pratique mensuel sera d'environ 25 h en décembre 2014.

4. Après consultation de son médecin, il lui est conseillé de ne pas dépasser 16 heures mensuelles de pratique sportive.Déterminons à partir de quel mois, cette limite sera dépassée.

graphiquement : Nous traçons la droite d'équation y=16, nous lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec la courbe, soit environ 7,25.

Par le calcul : Résolvons l'inéquation $8 \times 1,1^x \geqslant 16$.

$8 \times 1,1^x = 16 \iff 1,1^x \geqslant 2 \iff x \log 1,1 \geqslant \log 2 \iff x \geqslant \dfrac{\log 2}{\log 1,1}$, or $\dfrac{\log 2}{\log 1,1} \approx 7,27$

d'où $x \geqslant 8$

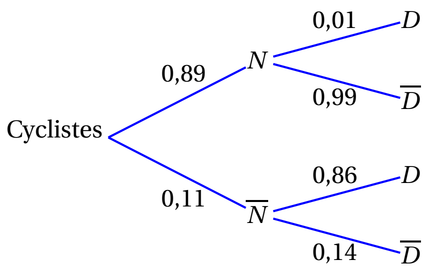
À partir du mois d'août il aura dépassé cette limite.

ANNEXE A
À remettre avec la copie

EXERCICE 2 Question 1

	Cyclistes dopés	Cyclistes non dopés	Total
Cyclistes testés « positif »	18	3	21
Cyclistes testés « négatif »	2	175	177
Total	20	178	198

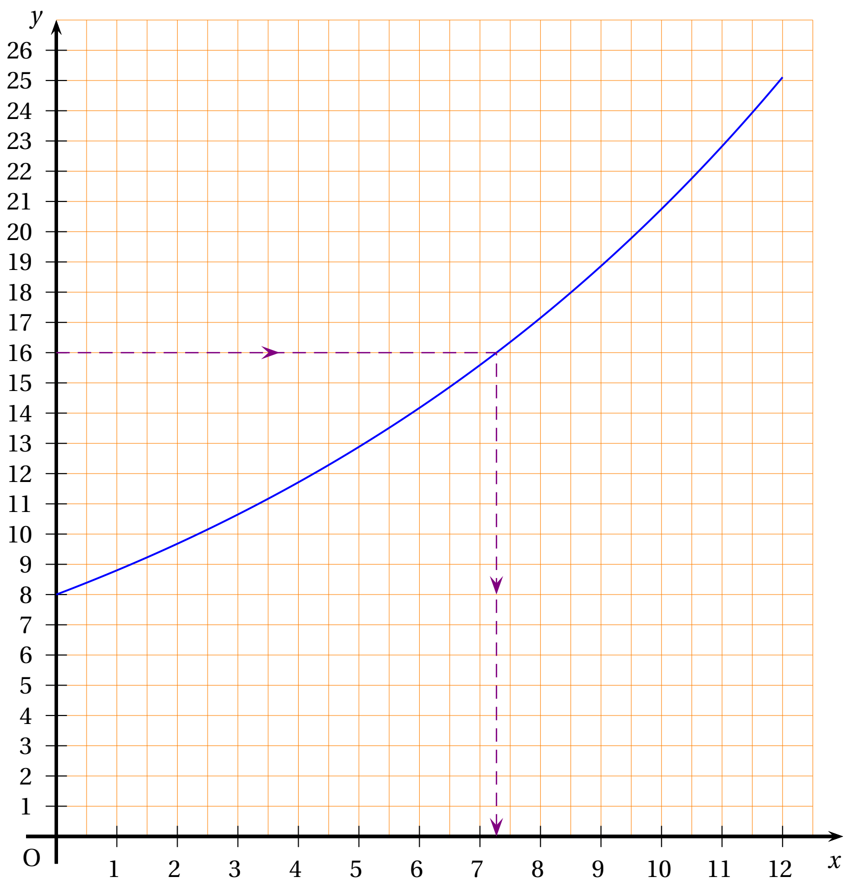
Question 3



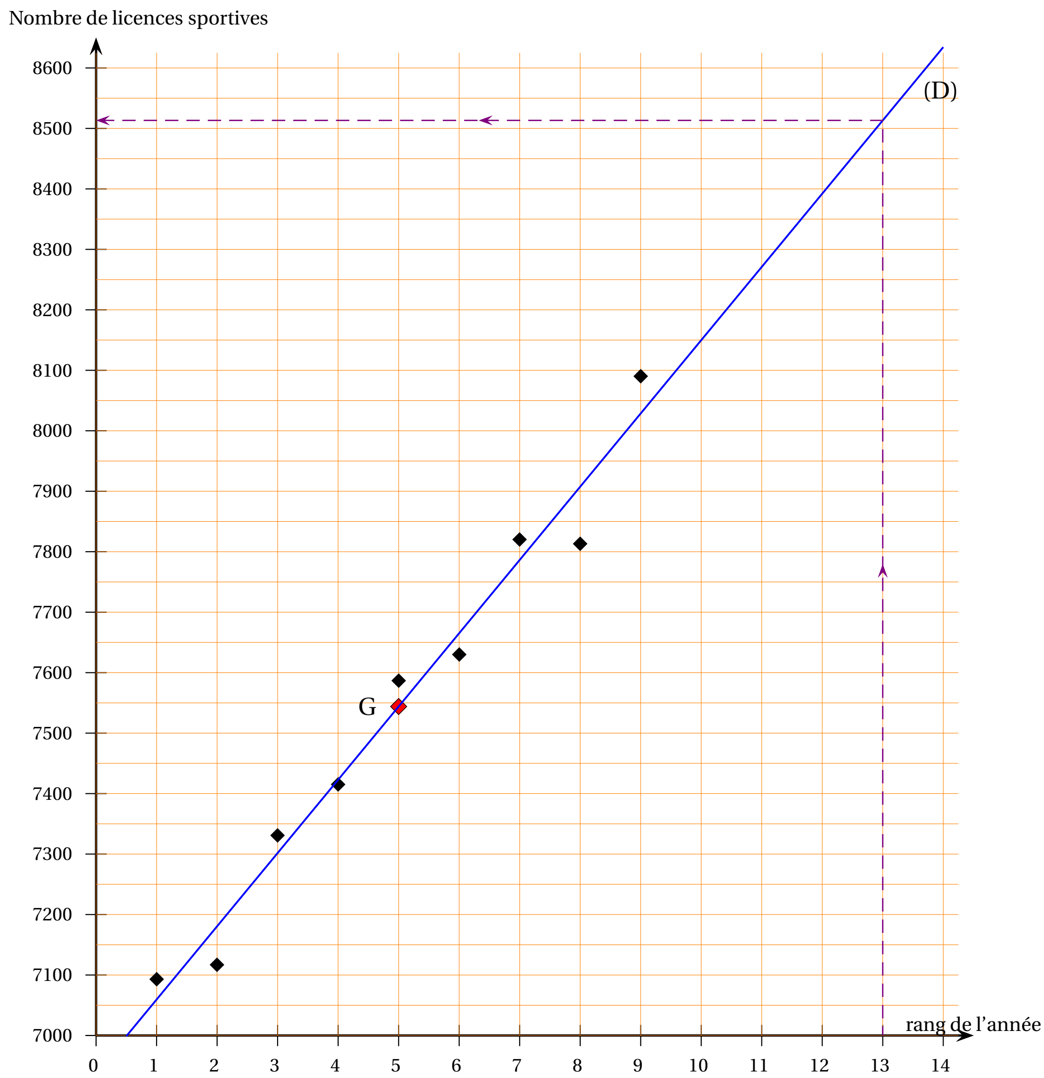
ANNEXE B
À remettre avec la copie

Exercice 3

3.



EXERCICE 1


Nombre de licences sportives
8600
8500
8400
8300
8200
8100
8000
7900
7800
7700
7600
7500
7400
7300
7200
7100
7000
(D)
G
rang de l'année
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14