Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole 17 juin 2014

EXERCICE 1 **6 points**

On mesure la fréquence cardiaque d'un athlète courant sur un tapis roulant dont la vitesse peut être modifiée. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Vitesse de course x_i en kilomètres par heure (km.h^{-1})	12	13	14	15	16	17	18
Fréquence cardiaque y_i en battements par minute (battements.min^{-1})	128	134	139	145	150	156	163

1. **a.** Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est représenté dans un repère orthogonal.

   Les unités graphiques sont :

   1 cm *pour* 1 km.h^{-1} *en abscisse, en commençant la graduation à* 10 km.h^{-1} *;*

   1 cm *pour 5 battements.min*$^{-1}$ *en ordonnée, en commençant la graduation à 120 battements.min*$^{-1}$.

   b. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

   $$\overline{x_G} = \frac{12+13+\cdots+17+18}{7} = 15 \qquad \overline{y_G} = \frac{128+134+\cdots+163}{7} = 145$$

   G(15 ; 145) est placé sur le graphique.

   Nous pouvons constater que G est confondu avec un des points du nuage.

   c. Pour estimer la fréquence cardiaque de l'athlète à des vitesses de course plus élevées, on utilise un ajustement affine de ce nuage de points.

   On admet que la droite (D) d'équation : $y = 5,7x + 59,5$ réalise un tel ajustement.

   La droite (D) est tracée dans le repère précédent.

2. La fréquence cardiaque maximale est le nombre maximal de battements que le cœur est en mesure d'effectuer en une minute. Pour un individu d'âge N, cette fréquence, habituellement notée F_{cmax}, est donnée par : $F_{\text{cmax}} = 220 - N$.

   Dans les questions suivantes, les résultats seront arrondis à l'unité.

   En utilisant l'ajustement affine précédent :

   a. calculons la fréquence cardiaque de l'athlète pour une vitesse de course de 20 km.h^{-1} ;

   Pour ce faire, remplaçons x par 20 dans l'équation de la droite. $y = 5,7 \times 20 + 59,5 = 173,5$.

   La fréquence cardiaque pour une course de 20 km.h^{-1} est d'environ 174 battements par minute.

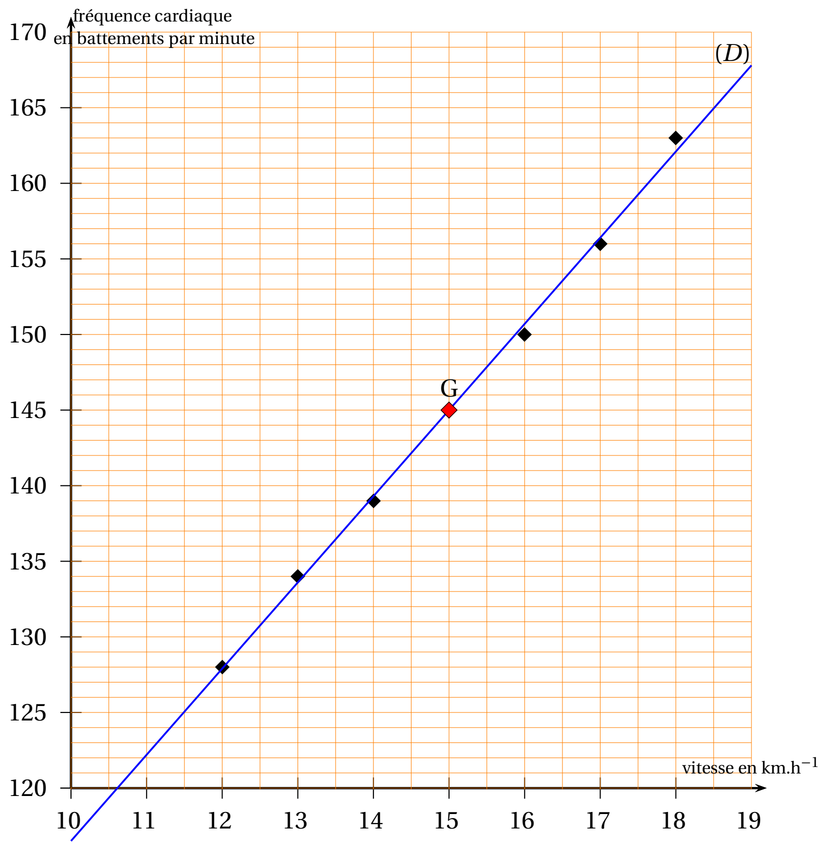
   b. déterminons jusqu'à quelle vitesse pourra aller l'athlète, sachant qu'il a 35 ans.

   À 35 ans, la fréquence cardiaque maximale est de 185 battements par minute ($220 - 35 = 185$).

   Déterminons la valeur de x pour laquelle nous obtenons cette fréquence.

   Résolvons $185 = 5,7x + 59,5$ d'où $x = \dfrac{185 - 59,5}{5,7} \approx 22$.

   L'athlète de 35 ans pourra aller jusqu'à environ 22 km.h^{-1}.



EXERCICE 2 — 7 points

Au début d'un effort physique, la consommation de glucose étant supérieure à l'apport d'oxygène, l'organisme produit du lactate (aussi appelé acide lactique) responsable, entre autres, de crampes musculaires.

Dans l'**annexe** sont représentées les évolutions de la lactatémie, c'est-à-dire la concentration en lactate, en millimoles par litre (mmol.L^{-1}), en fonction de la vitesse de course, exprimée en kilomètres par heure (km.h^{-1}), pour deux individus.

Le premier individu, P_1, peu entraîné, voit sa lactatémie augmenter rapidement tandis que celle du second individu, P_2, coureur de demi-fond, augmente moins rapidement.
La tangente à la courbe de lactatémie de P_2 au point A de coordonnées $(9; 4)$ est représentée en pointillés. Cette droite passe par le point B de coordonnées $(22; 8)$.

Partie A

Dans cette partie, **on s'intéresse à la courbe représentant la lactatémie du coureur P_2**.
On suppose que cette lactatémie est modélisée par une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 20]$.

1. En s'aidant du graphique de l'**annexe**, et en faisant apparaître les traits de construction utiles, déterminons avec la précision que permet la lecture graphique :

   a. la vitesse à partir de laquelle la lactatémie dépasse 8 millimoles par litre ; Nous lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 8.

   La vitesse à partir de laquelle la lactatémie dépasse 8 millimoles par litre est d'environ 18 km.h^{-1}.

   b. la lactatémie du coureur P_2, s'il court à une vitesse de 9 kilomètres par heure. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 9.

   La lactatémie du coureur P_2, s'il court à une vitesse de 9 kilomètres par heure est de 4 mmol.L^{-1}.

2. Déterminons, par un calcul, $f'(9)$, le nombre dérivé de la fonction f en 9. Ce nombre dérivé est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 9.

Calculons le coefficient directeur de la tangente en A à la courbe ou le coefficient directeur de la droite (AB).
$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{8-4}{22-9} = \dfrac{4}{13} \approx 0{,}31$.
$f'(9) = \dfrac{4}{13}$.

3. On admet que la fonction f est définie par :

$$f(x) = 2 \times 1{,}08^x$$

pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,20]$.

a. L'inéquation qui permet de répondre, par le calcul, à la question **1 a.** est : $f(x) \geqslant 8$ c'est-à-dire $2 \times 1{,}08^x \geqslant 8$.

b. Résolvons cette inéquation dans $\mathbb{R}_*^+$ d'abord puis dans l'intervalle $[0\,;\,20]$.

$2 \times 1{,}08^x \geqslant 8 \iff 1{,}08^x \geqslant 4 \iff \log 1{,}08^x \geqslant \log 4$ (la fonction log est strictement croissante sur $\mathbb{R}_*^+$)

$\iff x \geqslant \dfrac{\log 4}{\log 1{,}08}$

$\dfrac{\log 4}{\log 1{,}08} \approx 18{,}013$. L'ensemble des solutions de cette inéquation est $\left[\dfrac{\log 4}{\log 1{,}08}\,;\,+\infty\right[$

La lactatémie dépasse 8 millimoles par litre lorsque la vitesse est comprise entre environ 18,013 km.h^{-1} et 20 km.h^{-1}.

Partie B

On s'intéresse à la courbe représentant la lactatémie du coureur $\mathbf{P_1}$. On admet que cette courbe est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par

$$g(x) = 0{,}05x^2 + 0{,}1x + 2.$$

1. La fonction g' est la fonction dérivée de la fonction g . Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,20]$,

   $g'(x) = 0{,}05(2x) + 0{,}1 = 0{,}1x + 0{,}1$

2. Calculons $g'(8)$. $g'(8) = 0{,}8 + 0{,}1 = 0{,}9$.

   Construisons la tangente à la courbe représentant la fonction g au point d'abscisse 8.

   Calculons d'abord $g(8)$. $g(8) = 0{,}05 \times 8^2 + 0{,}1 \times 8 + 2 = 6$.

   Maintenant nous pouvons construire la droite passant par le point, noté E, de coordonnées $(8\,;\,6)$ et de coefficient directeur 0,9. Lorsque l'abscisse augmente de 10 unités vers la droite, l'ordonnée augmente de 9 unités. Nous avons alors le point, noté F, de coordonnées $(18\,;\,15)$. Nous pouvons alors tracer la droite passant par ces deux points.

   remarque : une équation de cette tangente est : $y = 0{,}9x - 1{,}2$

EXERCICE 3 **7 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.
Le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.
Les questions sont indépendantes.

1. La suite (u_n) est une suite arithmétique telle que : $u_1 = -10$ et $u_6 = 8$.

Sa raison est égale à :

A. ~~3~~ **B.** ~~-3~~ **C.** $\boxed{3,6}$ **D.** ~~$-3,6$~~ .

2. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison -15 et telle que $u_1 = 1\,000$.

Le premier entier naturel n tel que $u_n \leqslant 250$ est :

A. ~~49~~ **B.** ~~50~~ **C.** $\boxed{51}$ **D.** ~~52~~ .

3. On sait que la population d'une ville était de 235 000 habitants le 1er janvier 2013 et que cette population augmente de 1,5 % par an. Le 1er janvier 2020, une estimation de la population de cette ville, arrondie à l'unité, sera de :

A. $\boxed{260\,814}$ **B.** ~~264 726~~ **C.** ~~625 105~~ **D.** ~~4 015 195~~ .

4. Dans le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul automatisé, se trouve le premier terme u_1 d'une suite géométrique (u_n) de raison 0,8. On a $u_1 = 150$.

	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6
2	150					

La formule à entrer dans la cellule B2, destinée à être recopiée vers la droite jusqu'à la cellule F2 et qui permet d'afficher les termes suivants de cette suite, est :

A. ~~=$A2*0,8~~ **B.** $\boxed{\text{=A2*0,8}}$ **C.** ~~=150*$A1~~ **D.** ~~=A2*0,8^A1~~

5. Le tableau ci-dessous résume une partie des informations concernant les pratiques artistiques et sportives de 400 élèves d'un lycée.

Nombre d'élèves…	pratiquant une activité artistique	ne pratiquant pas d'activité artistique	Total
pratiquant un sport	90	150	240
ne pratiquant pas de sport	90	70	160
Total	180	220	400

On choisit un élève de ce lycée au hasard.

a. La probabilité que l'élève choisi pratique un sport et une activité artistique est :

A. ~~90~~ **B.** ~~0,175~~ **C.** $\boxed{0,225}$ **D.** ~~0,825~~ .

b. Sachant qu'un élève pratique un sport, la probabilité qu'il pratique une activité artistique est :

A. $\boxed{0,375}$ **B.** ~~0,45~~ **C.** ~~0,225~~ **D.** ~~0,825~~ .

c. La probabilité qu'un élève de ce lycée choisi au hasard pratique un sport ou une activité artistique est :

A. ~~0,375~~ **B.** ~~0,175~~ **C.** ~~0,325~~ **D.** $\boxed{0,825}$.

Annexe
À remettre avec la copie
Exercice 2