Durée : 2 heures

∾ Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole 12 septembre 2012 ∾

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1 **7 points**

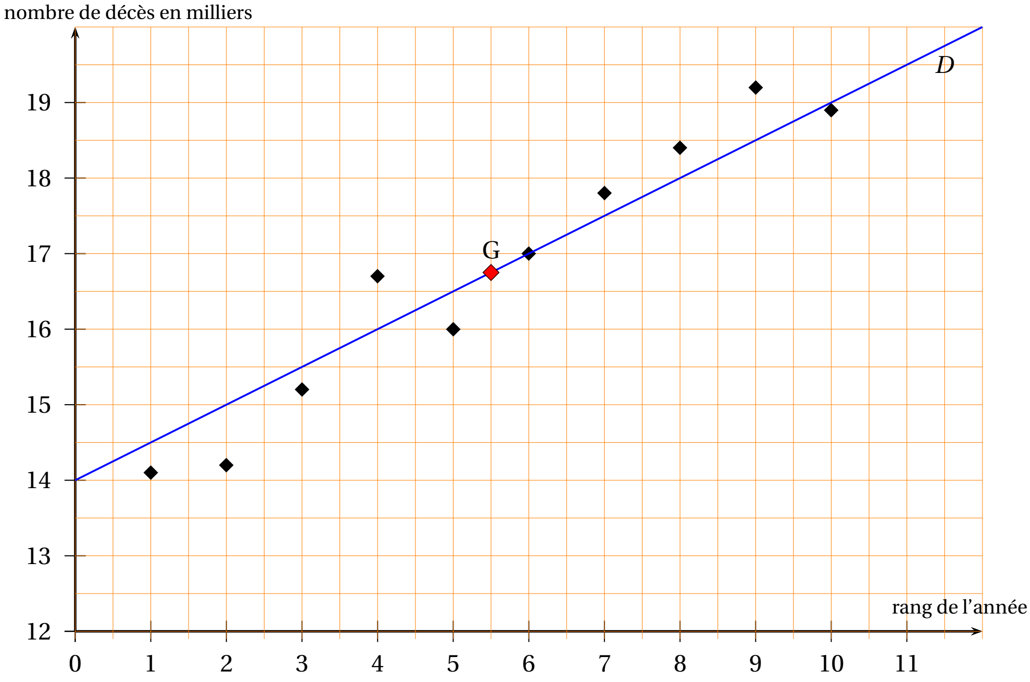
Dans cet exercice, les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

En 2012, une étude a relevé le nombre de décès dus à des accidents domestiques en France durant les dix années précédentes. Ces résultats sont reproduits dans le tableau ci-dessous :

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de décès en milliers : y_i	14,1	14,2	15,2	16,7	16	17	17,8	18,4	19,2	18,9

1. Ci-dessous le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses, 1 cm pour un millier de décès sur l'axe des ordonnées.



2. Soit G le point moyen du nuage, calculons les coordonnées de G. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

$$\overline{x}_G = \frac{1+2+\cdots+9+10}{10} = 5,5 \quad \overline{y}_G = \frac{14,1+14,2+\cdots+18,9}{10} = 16,75$$

   G (5,5 ; 16,75) est placé sur le graphique précédent.

Dans la suite du problème, la droite D d'équation $y = 0,5x + 14$ réalise un ajustement affine du nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$.

3. La droite D est tracée dans le repère précédent.

4. Le point G appartient à la droite D car en calculant l'ordonnée du point d'abscisse celle de G
(0,5 × 5,5 + 14 = 16,75) nous retrouvons bien l'ordonnée de G.
5. En utilisant cet ajustement affine, le nombre de décès dus à des accidents domestiques prévisible en 2020 ($x_i = 19$) est 0,5 × 19 + 14 = 23,5.
Selon ce modèle, nous pourrions prévoir 23 500 décès dus à des accidents domestiques.

PARTIE B

Suite à l'étude précédente, une campagne de prévention pour lutter contre les accidents domestiques a été mise en place. En 2011, il y a eu 18 900 décès dus à des accidents domestiques. Grâce à cette campagne de prévention, on prévoit que le nombre de décès diminuera chaque année de 5 %.

1. Déterminons le nombre de décès dus à des accidents domestiques que l'on peut ainsi prévoir en 2012.

$$18900 - 18900 \times \frac{5}{100} = 18900\left(1 - \frac{5}{100}\right) = 18900 \times 0,95 = 17955.$$

On pose u_0 le nombre de décès dus à des accidents domestiques en 2011, ainsi $u_0 = 18900$.
On désigne par l'entier naturel n, le nombre d'années écoulées depuis 2011 et par u_n le nombre de décès en $2011 + n$.

2. Montrons que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison est 0,95.
À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur $1 + t$. Pour une baisse de 5 %, soit $t = -0,05$, le coefficient multiplicateur est 0,95. Chaque terme u_{n+1} se déduisant du précédent u_n en le multipliant par un même nombre appelé la raison, la suite (u_n) est une suite géométrique de raison est 0,95 et de premier terme 18 900.
3. **a.** Déterminons u_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$, par conséquent pour tout entier naturel n, $u_n = 18900 \times (0,95)^n$.
   b. Estimons le nombre de décès dus à des accidents domestiques pour l'année 2020.
   En 2020, $n = 9$, $u_9 = 18900 \times (0,95)^9 \approx 11912$.
   En 2020, nous pouvons estimer le nombre de décès dus à des accidents domestiques à 11 912.
4. Le nombre de décès dus à des accidents domestiques entre 2011 et 2020 que l'on peut prévoir est la somme du nombre de décès entre 2011 et 2020.

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_9 = 18900 \times \frac{1 - 0,95^{10}}{1 - 0,95} \approx 151677$$

Entre 2011 et 2020, nous pouvons estimer le nombre de décès dus à des accidents domestiques à environ 151 677.

EXERCICE 2 **7 points**

Suite à une augmentation du nombre de personnes malades dans un village, une organisation a mis en place une campagne de vaccination en janvier 2011.

PARTIE A

La courbe donnée en annexe 1 (*à remettre avec la copie*) représente le pourcentage de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en mois, écoulé depuis janvier 2011.

1. Le pourcentage de malades au début de la campagne de vaccination est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 0. Graphiquement, nous lisons 25 %.

2. Déterminer graphiquement durant combien de mois le pourcentage de personnes malades sera supérieur ou égal à 40 % revient en partie à déterminer l'intervalle pour lequel la courbe est située au dessus ou sur la droite d'équation $y = 40$. Nous lisons $[5 ; 15]$ et par conséquent la durée est de 10 mois.
3. Déterminer, graphiquement, au bout de combien de mois après le début de la campagne de vaccination le pourcentage de malades a été maximal revient à déterminer l'abscisse du sommet de la courbe. Nous lisons $x = 10$. Le pourcentage de malades a été maximal 10 mois après le début de la campagne de vaccination.
   Ce maximum était alors de 45 %.

PARTIE B

Pour prévoir l'évolution de la maladie dans les mois à venir, on modélise le pourcentage de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en mois, écoulé depuis janvier 2011, par la fonction p, définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 25]$ par :

$$p(t) = -0,2t^2 + 4t + 25$$

1. Calculons $p(0)$. $p(0) = -0,2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 25 = 25$
2. Soit p' la fonction dérivée de la fonction p sur l'intervalle $[0 ; 25]$.
   $p'(t) = -0,2(2t) + 4 = -0,4t + 4$.
3. Déterminons le signe de $p'(t)$ en fonction de t sur l'intervalle $[0 ; 25]$. Résolvons dans $\mathbb{R}$ $-0,4t + 4 > 0$.
   $-0,4t + 4 > 0 \iff -0,4t > -4 \iff t < \dfrac{-4}{-0,4} \iff t < 10$.
   Par conséquent si $0 \leqslant t < 10$, $p'(t) > 0$ et si $10 < t \leqslant 25$, $p'(t) < 0$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Pour $t \in [0 ; 10]$ $p'(t) > 0$ donc p est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.
   Pour $t \in]10 ; 25]$ $p'(t) < 0$ donc p est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Dressons maintenant le tableau de variations de la fonction p sur l'intervalle $[0 ; 25]$.

t	0		10		25
p'		+	0	−	
Variations de p	25	$\nearrow$	45	$\searrow$	0

4. Dressons aussi le tableau de valeurs suivant :

t	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$p(t)$	35,2	32,2	28,8	25	20,8	16,2	11,2	5,8	0

5. Le graphique de l'annexe 1 (*à remettre avec la copie*) a été complété en traçant la courbe représentative de la fonction p sur l'intervalle $[17 ; 25]$.
6. Déterminons l'année et le mois durant lequel la maladie aura disparu du village. Graphiquement ou en utilisant le tableau de valeurs, le nombre de mois écoulés depuis janvier 2011 est 25, c'est à dire en janvier 2013.

EXERCICE 3 — 6 points

Une enquête a été menée sur 2 000 bénévoles d'une ville pour connaître les raisons de leur premier engagement dans diverses associations. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous et sont classés selon l'âge des bénévoles.

	Moins de 35 ans	Entre 35 ans et 60 ans	Plus de 60 ans	Total
Mise en pratique de valeurs et de convictions personnelles	99	209	235	543
Réaction à un problème local	75	180	185	440
Sollicitation par des amis ou un groupe local	130	196	135	461
Tradition familiale	186	265	105	556
Total	490	850	660	2 000

On choisit au hasard une personne parmi les 2 000 bénévoles de l'enquête et on considère les évènements suivants :

A : « Le bénévole a moins de 35 ans ».

B : « Le bénévole a entre 35 ans et 60 ans ».

C : « Le bénévole a plus de 60 ans ».

S : « Le bénévole s'est engagé après avoir été sollicité par des amis ou un groupe local ».

T : « Le bénévole s'est engagé par tradition familiale ».

1. L'univers est l'ensemble des bénévoles interrogés et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité. La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$

a. Déterminons la probabilité des évènements A et S.

Il y a 490 bénévoles de moins de 35 ans par conséquent $p(A) = \dfrac{490}{2000} = 0{,}245$.

Il y a 461 bénévoles à s'être engagés après avoir été sollicités par des amis ou un groupe local par conséquent $p(S) = \dfrac{461}{2000} \approx 0{,}231$.

b. L'évènement $A \cap S$ est l'évènement : « le bénévole a moins de 35 ans et s'est engagé après avoir été sollicité par des amis ou un groupe local ».

L'évènement $A \cup S$ est l'évènement : « le bénévole a moins de 35 ans ou s'est engagé après avoir été sollicité par des amis ou un groupe local ».

c. Calculons

— la probabilité de $A \cap S$. Il y a 130 bénévoles vérifiant les 2 conditions $p(A \cap S) = \dfrac{130}{2000} = 0{,}065$.

— celle de $A \cup S$. $p(A \cup S) = p(A) + p(S) - p(A \cap S) = 0{,}245 + 0{,}231 - 0{,}065 = 0{,}411$.

d. Déterminons la probabilité de l'évènement $\overline{T}$. Sachant qu'il y a 556 bénévoles engagés par tradition familiale , $p(T) = \dfrac{556}{2000} = 0{,}278$ d'où $p(\overline{T}) = 1 - 0{,}278 = 0{,}722$

2. On choisit au hasard un bénévole parmi ceux âgés de moins de 35 ans. Calculons la probabilité qu'il se soit engagé en réaction à un problème local. Il y a 75 bénévoles de moins de 35 ans engagés en réaction à un problème local parmi les 490 engagés de moins de 35 ans. $\dfrac{75}{490} \approx 0{,}153$.

3. Calculons les probabilités conditionnelles suivantes.

— $P_A(T)$; Sachant qu'il a moins de 35 ans la probabilité qu'il s'engage par tradition famillale est :

$p_A(T) = \dfrac{186}{490} \approx 0{,}380$.

— $P_B(T)$; Sachant qu'il a entre 35 ans et 60 ans la probabilité qu'il s'engage par tradition famillale est :

$p_B(T) = \dfrac{265}{850} \approx 0{,}312$.

— $P_C(T)$; Sachant qu'il a plus de 60 ans la probabilité qu'il s'engage par tradition famillale est :

$p_C(T) = \dfrac{105}{660} \approx 0{,}159$.

Annexe 1
À remettre avec la copie.

Exercice 2