Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie
18 juin 2019

EXERCICE 1 **5 points**

Un audioprothésiste compte parmi ses clients 75 % de personnes âgées de plus de 50 ans. Parmi celles-ci, 80 % souffrent de problèmes d'audition aux deux oreilles. Ce taux chute à 40 % parmi les clients de moins de 50 ans.

On choisit au hasard le dossier médical d'un client ; chaque dossier a la même probabilité d'être choisi.

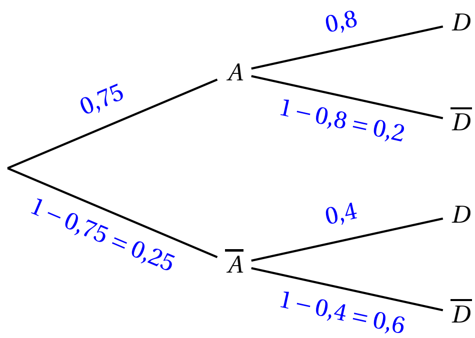
On considère les évènements suivants :

— A : « le client est âgé de plus de 50 ans » ;

— D : « le client souffre de problèmes auditifs aux deux oreilles ».

1. **a.**
   - L'évènement A est « le client est âgé de plus de 50 ans » et on sait qu'il y a 75 % de clients de plus de 50 ans, donc $P(A) = 0{,}75$.
   - Parmi les clients de moins de 50 ans, le taux de clients qui souffrent de problèmes auditifs des deux oreilles est de 40 % donc $P_{\overline{A}}(D) = 0{,}40$.

   b. On complète l'arbre pondéré de probabilités qui traduit la situation.



2. **a.** La probabilité que le client choisi ait plus de 50 ans et souffre de problèmes auditifs aux deux oreilles est $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0{,}75 \times 0{,}8 = 0{,}6$.

   b. La probabilité que le client choisi souffre de problèmes auditifs aux deux oreilles est $P(D)$.
   D'après la formule des probabilités totales :
   $P(D) = P\left(A \cap D\right) + P\left(\overline{A} \cap D\right) = P\left(A \cap D\right) + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(D) = 0{,}6 + 0{,}25 \times 0{,}4 = 0{,}6 + 0{,}1 = 0{,}7$.

3. Le client choisi ne souffre pas de problème auditif aux deux oreilles.
   La probabilité qu'il soit âgé de plus de 50 ans est $P_{\overline{D}}(A) = \dfrac{P\left(A \cap \overline{D}\right)}{P\left(\overline{D}\right)} = \dfrac{P\left(A \cap \overline{D}\right)}{1 - P\left(D\right)} = \dfrac{0{,}1}{1 - 0{,}7} = \dfrac{1}{3}$.

EXERCICE 2 **8 points**

Le dioxyde d'azote (NO_2) est un polluant indicateur des activités de combustion, notamment du trafic routier. Pour la protection de la santé humaine, les normes européennes fixent la valeur limite annuelle d'émission de NO_2 à 40 microgrammes par mètre-cube.
On a reporté dans la feuille de calcul ci-après le nombre (en million) d'habitants d'une région urbaine potentiellement exposée à un dépassement de la valeur limite annuelle de NO_2 entre 2010 et 2017. Ce dépassement est noté DVLA.
La ligne 4 est au format pourcentage, arrondi à 0,1 %.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7
3	Nombre d'habitants, en million, exposés à un DVLA (y_i)	2,9	2,7	2,6	2,6	2,4	1,6	1,5	1,3
4	Taux d'évolution annuel (en %)		−6,9 %						

Partie A

1. Le nombre d'habitants de cette région en 2017 est estimé à 12,2 millions.
   Le nombre d'habitants exposés à un DVLA est de 1,3 million ;
   La proportion est donc, en pourcentage, de $\dfrac{1,3}{12,2} \times 100 \approx 10,7$.
2. **a.** Le taux d'évolution global entre 2010 et 2017 est, en pourcentage, de $\dfrac{1,3-2,9}{2,9} \times 100 \approx -55,2$.

   b. La formule à saisir dans la cellule C4 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer les taux d'évolution du nombre d'habitants exposés à un DVLA entre deux années consécutives est `= (C3 - B3) / B3`

Partie B

On a représenté dans un repère orthogonal donné en **annexe**, à rendre avec la copie, le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\,;\,y_i\right)$.

1. $\overline{x} = \dfrac{0+1+2+3+4+5+6+7}{8} = 3,5$ et $\overline{y} = \dfrac{2,9+2,7+2,6+2,6+2,4+1,6+1,5+1,3}{8} = 2,2$ donc le point moyen G a pour coordonnées (3,5 ; 2,2).
2. On admet que la droite D d'équation : $y = -0,26x + 3,11$ réalise un ajustement affine du nuage de points jusqu'en 2022.
   Chercher l'année au cours de laquelle le nombre d'habitants exposés à un DVLA deviendra inférieur à 500 000 revient à chercher x tel que $y < 0,5$:
   $y < 0,5 \iff -0,26x + 3,11 < 0,5 \iff 3,11 - 0,5 < 0,26x \iff \dfrac{2,61}{0,26} < x$ donc à partir de $x = 11$ soit en 2021.

Partie C

Dans cette partie, on admet qu'à partir de 2015 et jusqu'en 2030 le nombre d'habitants exposés à un DVLA diminue de 10 % par an. On modélise l'évolution du nombre d'habitants (en million) exposés à un DVLA par les premiers termes d'une suite (u_n). Ainsi $u_0 = 1,6$.

1. **a.** Diminuer de 10 %, c'est multiplier par $1 - \dfrac{10}{100} = 0,9$ donc la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 0,9$.

   b. On en déduit que, pour tout n, $u_n = u_0 \times q^n = 1,6 \times 0,9^n$.
2. Le nombre d'habitants risquant d'être exposés à un DVLA en 2019 est $u_4 = 1,6 \times 0,9^4 \approx 1,0$ million.
3. Dans le cadre de la modélisation par la suite (u_n), déterminer l'année à partir de laquelle moins de 500 000 habitants de la région seront exposés à un DVLA revient à chercher n tel que $u_n < 0,5$:
   $u_n < 0,5 \iff 1,6 \times 0,9^n < 0,5 \iff 0,9^n < \dfrac{0,5}{1,6} \iff \ln\left(0,9^n\right) < \ln(0,3125)$
   $\iff n \times \ln(0,9) < \ln(0,3125) \iff n > \dfrac{\ln(0,3125)}{\ln(0,9)}$
   Or $\dfrac{\ln(0,3125)}{\ln(0,9)} \approx 11,04$ donc c'est à partir de $n = 12$ donc de l'année 2027.

EXERCICE 3 **7 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$ par : $f(x) = x^3 - 21x^2 + 120x + 50$.
On note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

1. $f(4) = 4^3 - 21 \times 4^2 + 120 \times 4 + 50 = 64 - 336 + 480 + 50 = 258$ et
$f(10) = 10^3 - 21 \times 10^2 + 120 \times 10 + 50 = 1\,000 - 2\,100 + 1\,200 + 50 = 150$.
2. **a.** $f'(x) = 3x^2 - 21 \times 2x + 120 = 3x^2 - 42x + 120$
b. Pour tout x de $[0\ ;\ 15]$, on a : $(3x-12)(x-10) = 3x^2 - 12x - 30x + 120 = 3x^2 - 42x + 120 = f'(x)$.
3. On étudie le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 15]$:

x	0		4		10		15
signe de $(3x-12)$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $(x-10)$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4. $f(0) = 50$ et $f(15) = 500$
On établit le tableau de variation de f sur $[0\ ;\ 15]$:

x	0		4		10		15
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	50	↗	258	↘	150	↗	500

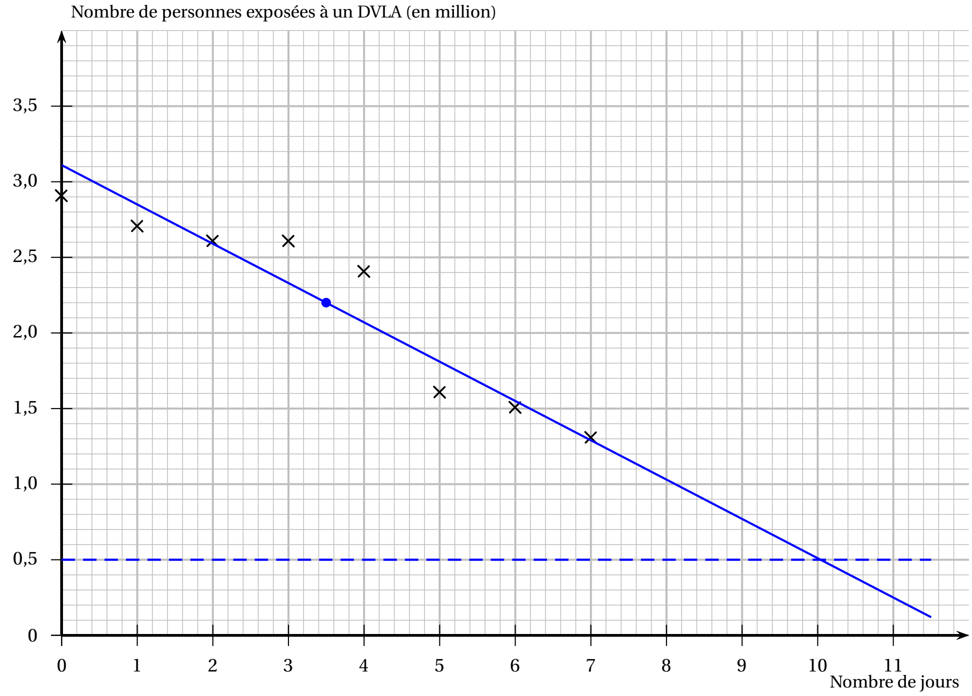
Partie B

Des analyses ont montré que des microalgues étaient naturellement présentes dans l'eau de mer, avec une concentration normale comprise entre 0 et 100 milligrammes par litre (mg/L).
Ces microalgues ont tendance à se multiplier lorsque la salinité de l'eau de mer diminue, et les autorités sanitaires considèrent qu'elles deviennent dangereuses pour la santé lorsque leur concentration dépasse 200 mg/L. Il faut alors prendre des mesures comme l'interdiction de la baignade.
La courbe donnée en **annexe** modélise l'évolution de la concentration en microalgues de l'eau de baignade d'une plage du littoral pendant les 10 jours qui ont suivi un très fort orage.
Il s'agit de la courbe de la fonction f étudiée dans la **partie A** mais dont l'ensemble de définition est, dans cette **partie B**, restreint à l'intervalle $[0\ ;\ 10]$.

1. La baignade est interdite quand la concentration est supérieure à 200 mg/L c'est-à-dire quand la courbe est au dessus de la droite d'équation $y = 200$; c'est donc pour les jours 2, 3, 4, 5 et 6, soit 5 jours complets (voir graphique).
2. La concentration maximale en microalgues durant les 10 jours suivant l'orage correspond au maximum de la fonction soit $f(4) = 258$ mg/L; elle apparait au bout de 4 jours.
3. 10 jours après l'orage, la concentration est de $f(10) = 150 > 100$ donc la situation n'est pas encore revenue à la normale.

ANNEXE
À rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3