Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie 19 juin 2018

EXERCICE 1 **5 points**

Des élèves de première ST2S font des études sur la consommation de tabac dans le cadre de leur projet AI (Activités Interdisciplinaires).
Ces élèves sont dans un établissement comprenant 800 élèves dont 40 % sont des garçons. Une première classe de ST2S se charge de faire un sondage auprès de l'ensemble des élèves de l'établissement.
Les résultats du sondage indiquent que :

- 35 % des élèves sont des fumeurs,
- 224 garçons ne fument pas.

Partie A

Un tableau d'effectifs qui traduit la situation est donné **en annexe, à rendre avec la copie**.

1. Il y a 800 élèves dans l'établissement dont 40 % de garçons. Le nombre de garçons est donc $800 \times \dfrac{40}{100}$ soit 320. C'est bien ce nombre que nous trouvons dans la case grisée qui indique le nombre de garçons.
2. Nous avons complété le tableau donné **en annexe**.

Partie B

On choisit au hasard un élève de l'établissement. On admet que chaque élève a la même probabilité d'être choisi.
Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.
On considère les évènements suivants :

- G : « L'élève est un garçon » ;
- A : « L'élève est un fumeur ».

Les résultats demandés seront arrondis au centième si nécessaire.

1. Montrons que la probabilité de l'évènement $G \cap \overline{A}$ est 0,28.

   L'univers est l'ensemble des élèves de l'établissement et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité. La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.

   Le nombre d'éléments de l'univers est 800.

   Dans l'établissement, il y a 224 garçons non fumeurs par conséquent

   $p\left(G \cap \overline{A}\right) = \dfrac{224}{800} = 0{,}28$.

   Nous obtenons bien le résultat demandé.

2. La probabilité de l'évènement : « L'élève est une fille fumeuse » est notée $p\left(\overline{G} \cap A\right)$.

   Il y a 184 filles fumeuses donc $p\left(\overline{G} \cap A\right) = \dfrac{184}{800} = 0{,}23$.

3. Sachant que l'élève choisi est fumeur, la probabilité que ce soit une fille est notée $p_A\left(\overline{G}\right)$.

   $p_A\left(\overline{G}\right) = \dfrac{p\left(\overline{G} \cap A\right)}{p(A)} = \dfrac{0{,}23}{0{,}35} \approx 0{,}66$.

4. L'élève choisi est un garçon ; y a-t-il plus de chance que ce soit un élève fumeur ou non-fumeur ?

   Il faut donc calculer : $p_G(A) = \dfrac{p(G \cap A)}{p(G)} = \dfrac{96}{320}$ à comparer avec $p_G\left(\overline{A}\right) = \dfrac{p\left(G \cap \overline{A}\right)}{p(G)} = \dfrac{224}{320}$.

   Sachant qu'il y a 224 garçons non fumeurs contre 96 garçons fumeurs, il y a donc plus de chances de choisir un garçon non-fumeur.

EXERCICE 2 **7 points**

L'espérance de vie à la naissance est le nombre moyen d'années que peut espérer vivre un nouveau-né.
Le tableau suivant indique l'espérance de vie à la naissance en France, exprimée en années, de 1980 à 2015.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année de naissance	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
2	Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20	25	30	35
3	Espérance de vie(y_i)	74,1	75,3	76,6	77,8	79,1	80,2	81,7	82,7
4	Taux d'évolution par rapport à l'espérance de vie en 1980(arrondi à 0,1 %)		1,6 %	3,4 %	5,0 %	6,7 %	8,2 %	10,3 %	

Source : Banque mondiale

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Les cellules de la ligne 4, de C4 à I4, sont au format pourcentage.

1. Déterminons, en pourcentage, le taux d'augmentation de l'espérance de vie entre 1980 et 2015. Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

   $\mathcal{T} = \dfrac{82,7-74,1}{74,1} \approx 0,116059$.

   En pourcentage, arrondi à 0,1 %, le taux d'augmentation de l'espérance de vie entre 1980 et 2015 est de 11,6 %. .

2. Parmi les quatre formules ci-dessous, celle qui, saisie dans la cellule C4 et recopiée vers la droite, permet de compléter la ligne 4 :

   a. ~~=(C3−B3)/B3~~ **b.** $\boxed{\text{=(C3−\$B3)/\$B3}}$ **c.** ~~=($C3−B3)/B3~~ **d.** ~~=(C3−B3)/$B3~~ .

   Remarque : Il eût été préférable de mettre une référence absolue pour la cellule B3. Ici cela convient car il n'est pas question de changer de lignes d'où l'absence de $ devant 3.

Partie B

En annexe, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série statistique de l'énoncé.

1. **a.** Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
   Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.

   $$\overline{x}_G = \frac{0+5+\cdots+35}{8} = 17,5 \quad \overline{y}_G = \frac{74,1+75,3+\cdots+81,7+82,7}{8} = 78,4375$$

   G (17,5; 78,4) en arrondissant au dixième.

   b. Le point G est placé dans le repère précédent.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 0,25x+74,1$.

   Remarque À la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement est $y = 0,248x+74,092$, donc l'arrondi du coefficient directeur est 0,25 et non 0,24. C'est ce qui est utilisé ci-dessous

   a. La droite *D* est tracée dans le repère donné **en annexe**. Pour la construction, nous avons utilisé les points de coordonnées (0 ;74,1) et (35 ; 82,9).

   Pour les deux questions suivantes il semblerait logique d'utiliser la droite et donc de faire une résolution graphique; nous donnons les deux méthodes.

   b.
   Par le calcul : à l'aide de cet ajustement, une estimation de l'espérance de vie en France en 2020 est de 84,1 ans. En effet, en 2020, le rang de l'année est 40. En remplaçant x par cette valeur dans l'équation de la droite nous obtenons
   $0,25\times 40+74,1 = 84,1$.
   Avec la droite (D) : on lit approximativement sur la figure 84.

c. Sur la base de ce modèle, déterminons l'année où l'espérance de vie en France dépassera 83 ans.

Par le calcul : pour ce faire résolvons $0{,}25x + 74{,}1 \geqslant 83$. Nous obtenons $0{,}25x \geqslant 83 - 74{,}1$ ou $x \geqslant \dfrac{83 - 74{,}1}{0{,}24}$ d'où $x \geqslant 35{,}6$.

Sur la base de ce modèle, l'année où l'espérance de vie en France dépassera 83 ans est 2016 (1980+36).

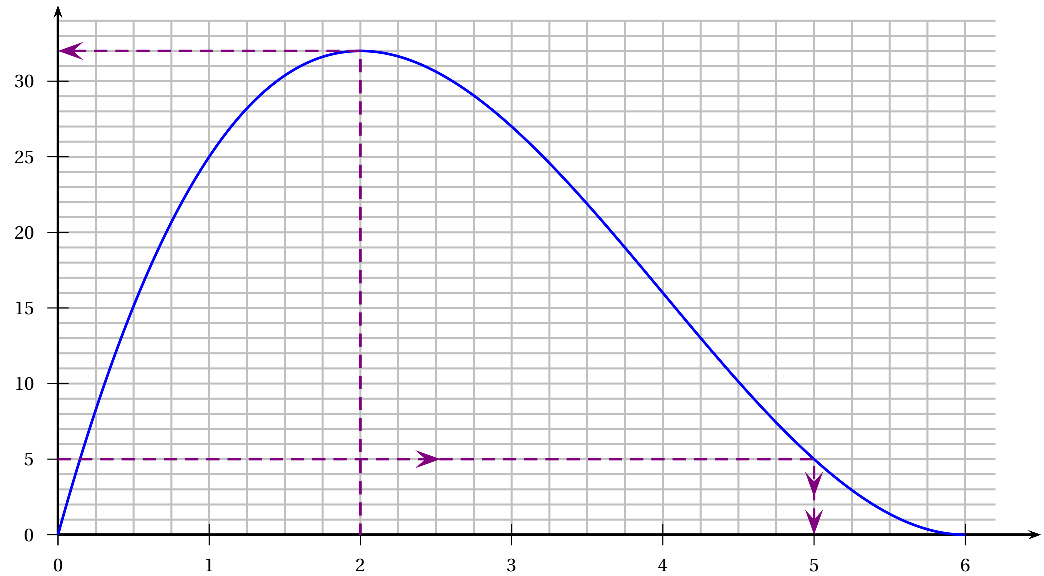
Avec la droite (D) : on trace la droite horizontale d'équation $y = 83$ qui coupe la droite (D) en un point d'abscisse approximative 35,9. Il faut attendre 2016.

EXERCICE 3 — 8 points

Un médicament antalgique est administré par voix orale. La concentration du produit actif dans le sang est modélisée par une fonction f qui, au temps écoulé x en heure (h), associe la concentration $f(x)$ en milligramme par litre de sang (mg/ℓ).

Partie A : Étude graphique

La fonction f est représentée par la courbe ci-dessous :



1. Au bout de deux heures la concentration du produit semble maximale. Nous lisons l'abscisse du sommet de la courbe. Avec la précision permise par le dessin, nous lisons 2. Cette concentration maximale à 1 mg/ℓ près est d'environ 32 mg/ℓ. Nous lisons l'ordonnée du sommet.

2. On admet que le produit actif est efficace si sa concentration dans le sang est supérieure à 5 mg/ℓ. D'après le graphique, au bout de cinq heures il faudrait administrer à nouveau le médicament pour maintenir son effet. Nous lisons la seconde abscisse du point d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = 5$.

Partie B : Étude de la fonction

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;6]$ par : $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;6]$.

   a. Calculons $f'(x)$. $f'(x) = 3x^2 - 12(2x) + 36 = 3x^2 - 24x + 36$.

   b. $(3x - 6)(x - 6) = 3x^2 - 18x - 6x + 36 = 3x^2 - 24x + 36 = f'(x)$.

2. **a.** Étudions le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0;6]$.

Sur $\mathbb{R}$, $3x-6>0$ est équivalent à $x>2$ et $x-6>0$ à $x>6$. Par conséquent

x	0		2		6
signe de $3x-6$		$-$	0	$+$	
signe de $x-6$		$-$		$-$	0
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0

b. Étudions la variation de f sur $[0;6]$

Si pour tout $x \in I$, $f'(x)>0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

Sur $[0\,;\,2[$ $f'(x)>0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x)<0$ alors f est strictement décroissante sur I.

Sur $]2\,;\,6[$, $f'(x)<0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;6]$

$f(0)=0^3-12\times 0^2+36\times 0=0$

$f(2)=2^3-12\times 2^2+36\times 2=8-48+72=32$

$f(6)=6^3-12\times 6^2+36\times 6=216-432+216=0$

x	0		2		6
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0
Variations de f	0	$\nearrow$	32	$\searrow$	0

3. La réponse à la question **1.** de la partie **A** est bien confirmée. La concentration est bien maximale, valant $32\,\text{mg}/\ell$, au bout de deux heures.

4. L'affirmation « Au bout de 5 heures, la concentration dans le sang du produit actif est inférieure à 20 % de sa valeur maximale » est vraie. En effet la concentration dans le sang au bout de cinq heures est $f(5)$.

$f(5)=5 \quad \dfrac{20}{100}\times 32=6,4 \quad 5<6,4.$

L'affirmation est vraie.

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 1

L'élève est	un garçon	une fille	Total
fumeur	96	184	280
non-fumeur	224	296	520
Total	320	480	800

EXERCICE 2