Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie 4 septembre 2018

EXERCICE 1 **5 points**

Le service social d'une ville souhaite mener une étude sur les modes de garde choisis par les familles pour leurs enfants de moins de 3 ans. Une famille est composée des enfants et de leurs parents, vivant en couple ou pas.

Un questionnaire a été rempli par un échantillon de 1 000 familles ayant au moins un enfant de moins de 3 ans.

L'examen des réponses apportées par ces familles à ce questionnaire donne les informations suivantes :

- 70 % des parents vivent en couple et 60 % de ces couples ont choisi de garder eux-mêmes leurs enfants durant la semaine.
- Parmi les parents ne vivant pas en couple, 30 % d'entre eux ont choisi de garder eux-mêmes leurs enfants durant la semaine.

On choisit au hasard un questionnaire. Chaque questionnaire a la même probabilité d'être choisi.
Pour tout évènement E, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.
Si F est un évènement de probabilité non nulle, la probabilité de E sachant F est notée $P_F(E)$.
On considère les évènements suivants :

C : « Le questionnaire est celui d'une famille dont les parents vivent en couple » ;

G : « Le questionnaire est celui d'une famille dont les parents gardent eux-mêmes leurs enfants durant la semaine ».

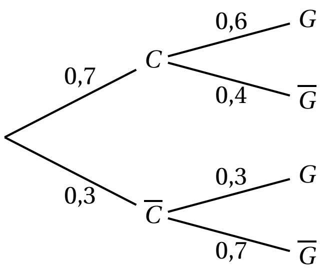
1. En utilisant les données fournies par l'énoncé :

   a. La probabilité que le questionnaire soit celui d'une famille dont les parents ne vivent pas en couple est 0,3 car 70 % des parents vivent en couple d'où $1 - 0,7 = 0,3$;

   b. La probabilité $P_C(G)$ est 0,6 car 60 % de ces couples ont choisi de garder eux-mêmes leurs enfants durant la semaine ; la probabilité $P_{\overline{C}}(G)$ est 0,3 car parmi les parents ne vivant pas en couple, 30 % d'entre eux ont choisi de garder eux-mêmes leurs enfants durant la semaine.

   $P_C(G)$ est la probabilité que les parents gardent leur enfant durant la semaine sachant qu'ils vivent en couple et $P_{\overline{C}}(G)$ est la probabilité que les parents gardent leur enfant durant la semaine sachant qu'ils ne vivent pas en couple.

2. Complétons l'arbre pondéré de probabilités ci-dessous :



3. Calculons la probabilité de l'évènement $C \cap G$.

   $P(C \cap G) = P(C) \times P_C(G) = 0,7 \times 0,6 = 0,42$

4. Montrons que $P(G) = 0,51$.

   $P(G) = P(C) \times P_C(G) + P(\overline{C}) \times P_{\overline{C}}(G) = 0,42 + 0,3 \times 0,3 = 0,51$.

   Nous obtenons bien le résultat attendu.

5. Le questionnaire choisi est celui de parents gardant eux-mêmes leurs enfants durant la semaine. Calculons la probabilité que ces parents vivent en couple. Cette probabilité est notée $P_G(C)$.

   $P_G(C) = \dfrac{P(C \cap G)}{P(G)} = \dfrac{0,42}{0,51} \approx 0,82$ arrondie au centième.

EXERCICE 2 **6 points**

Marion est salariée dans le même laboratoire pharmaceutique depuis quinze ans. Elle souhaite étudier l'évolution de son salaire, qui dépend de ses années d'ancienneté, de la politique salariale de l'entreprise, des augmentations occasionnelles, etc.
Afin d'estimer son salaire en 2020, Marion a reporté dans la feuille de tableur ci-dessous les montants de son salaire mensuel moyen entre 2010 et 2017.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
2	Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Salaire mensuel moyen (en €) (y_i)	1 650	1 725	1 740	1 756	1 825	1 850	1 950	1 960
4	Taux d'évolution (en %)		4,5 %						

Les cellules de la plage B3 : I3 sont au format « Nombre », arrondi à l'unité, et celles de la plage C4 : I4 sont au format « Pourcentage », arrondi à 0,1 %.

Partie A

1. **a.** Déterminons, en pourcentage, le taux d'augmentation du salaire moyen entre 2011 et 2012.

   Le taux d'évolution $\mathcal{T}$ est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

   $\mathcal{T} = \dfrac{1\,740 - 1\,725}{1\,725} \approx 0{,}008\,696$.

   En pourcentage, arrondi à 0,1 %, le taux d'augmentation du salaire moyen entre 2011 et 2012 est de 0,9 %.

   b. La ligne 4 du tableau indique les taux d'évolution du salaire mensuel moyen, d'une année sur l'autre. Une formule, entrée dans la cellule C4, puis recopiée vers la droite, qui permet d'obtenir les taux d'évolution voulus dans les cellules de la plage C4 : I4 est = (C$3-B$3)/B$3.

2. Calculons le taux d'évolution global du salaire mensuel moyen entre 2010 et 2017.

   $T = \dfrac{1\,960 - 1\,650}{1\,650} \approx 0{,}187\,8$. Le taux d'évolution global du salaire mensuel moyen entre 2010 et 2017, en pourcentage, arrondi à 0,1 % est de 18,8 %.

Partie B

On envisage de modéliser par un ajustement affine l'évolution du salaire mensuel moyen.
Sur l'annexe 1, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ associé à cette série statistique.

1. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère de l'**ANNEXE 1**.

   Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\,;\,\overline{y})$.

   $$\overline{x}_G = \frac{1+2+\cdots+7+8}{8} = 4{,}5 \quad \overline{y}_G = \frac{1\,650+1\,725+\cdots+1\,950+1\,960}{8} = 1\,807$$

   G (4,5 ; 1 807)

2. On considère la droite D d'équation $y = 44x + 1\,609$. On admet que cette droite réalise un ajustement affine de cette série, valable jusqu'en 2030.

   a. La droite D est tracée dans le repère de **l'annexe 1**. Les coordonnées des points utilisés sont (0 ; 1 609),(10 ; 2 049).

b. Déterminons graphiquement, en quelle année Marion pourrait atteindre un salaire mensuel moyen de 2 200 €.

Traçons la droite d'équation $y = 2200$ et lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec D.

Nous lisons $x \approx 13{,}5$. Aux environs de 2023, Marion pourrait atteindre un salaire mensuel de 2 200 €.

c. Selon ce modèle, calculons une estimation du salaire mensuel moyen de Marion en 2020. En 2020, le rang de l'année est 11. En remplaçant x par cette valeur dans l'équation de D nous obtenons $y = 44 \times 11 + 1609 = 2093$.

Selon ce modèle, une estimation du salaire mensuel moyen en 2020 serait de 2 093 €.

EXERCICE 3 **9 points**

L'empreinte carbone est un indicateur des émissions de gaz à effet de serre qui intègre les émissions directes des ménages français (logements et voitures), les émissions de la production nationale (hors exportations), et celles associées aux produits importés.

Le tableau ci-dessous indique les émissions de CO_2 de la France selon l'empreinte carbone entre 1995 et 2015. Les émissions sont exprimées en million de tonnes équivalent CO_2.

Année	**1995**	**2000**	**2005**	**2010**	**2015**
Rang de l'année (x_i)	0	5	10	15	20
Émission de CO_2 (y_i)	477	534	592	573	532

Source : SOeS d'après Citepa, Eurostat, Insee, Douanes, AIE, 2016

Sur l'annexe 2, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique.

À l'issue de la conférence sur le climat en 2016, la France s'est engagée, d'ici 2030, à réduire ses émissions de CO_2 de 40 %, par rapport à leur niveau en 1990, estimé à 468 millions de tonnes équivalent CO_2.

Le but de l'exercice est de prévoir la quantité de CO_2 émise en 2030 à partir de deux modélisations différentes.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On propose de modéliser l'évolution des émissions de CO_2 par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 39]$ par :

$$f(x) = -0,8x^2 + 19,2x + 470.$$

1. La fonction dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[0; 39]$ est définie par

$f'(x) = -0{,}8(2x) + 19{,}2 = -1{,}6x + 19{,}2$.

2. Étudions le signe de la fonction f'

Sur $\mathbb{R}$, $-1{,}6x + 19{,}2 > 0$ est équivalent à $x < 12$. Il en résulte :

Si $x \in [0\ ;\ 12[$, $f'(x) > 0$ et si $x \in]12\ ;\ 39]$, $f'(x) < 0$.

Étudions maintenant le sens de variation de f :

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

Sur $[0\ ;\ 12[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.

Sur $]12\ ;\ 39]$, $f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 39]$.

$f(0) = -0{,}80^2 + 19{,}2 \times 0^2 + 470 = 470$

$f(12) = -0{,}8 \times 12^2 + 19{,}2 \times 12 + 470 = 585{,}2$

$f(39) = -0{,}8 \times 39^2 + 19{,}2 \times 39 + 470 = 2$

x	0	12	39
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
Variation de f	470 ↗	$585{,}2$	↘ 2

3. **a.** Le tableau de valeurs est complété **sur l'annexe 2**.

   b. En utilisant le tableau de valeurs précédent, la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,39]$ dans le repère orthogonal est tracée sur l'annexe 2.

4. Déterminons d'abord le seuil d'émissions en millions de tonnes équivalent CO_2 à atteindre en 2030.

   $468 \times \left(1 - \dfrac{40}{100}\right) = 280{,}8$.

   D'après ce premier modèle, l'engagement de la France sera tenu en 2030, le rang de l'année est 35.

   Calculons $f(35)$. $f(35) = -0{,}8 \times 35^2 + 19{,}2 \times 35 + 470 = 162$. Selon ce modèle, la production serait de 162 millions de tonnes équivalent CO_2, valeur bien inférieure à la valeur de l'engagement 280,2. Comme la fonction est décroissante sur l'intervalle $]12\,;\,39]$, l'engagement serait tenu en 2030.

Partie B

On fait l'hypothèse qu'à partir de 2015, les émissions de CO_2 baissent annuellement de 3 %. On modélise alors les émissions de CO_2 à l'aide d'une suite numérique (u_n).
Pour tout entier naturel n, u_n est égal aux émissions de CO_2, en million de tonnes équivalent CO_2, durant l'année $(2015 + n)$. Ainsi, $u_0 = 532$.

1. **a.** À une baisse de 3 % correspond un coefficient multiplicateur de $1 - \dfrac{3}{100}$ soit 0,97.

   $u_1 = 532 \times 0{,}97 = 516{,}04$.

   b. Multipliant un terme par le même nombre 0,97 pour obtenir le terme suivant, la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 532$ et de raison 0,97.

   c. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 \times (q)^n$ pour tout entier n. $u_n = 532 \times (0{,}97)^n$.

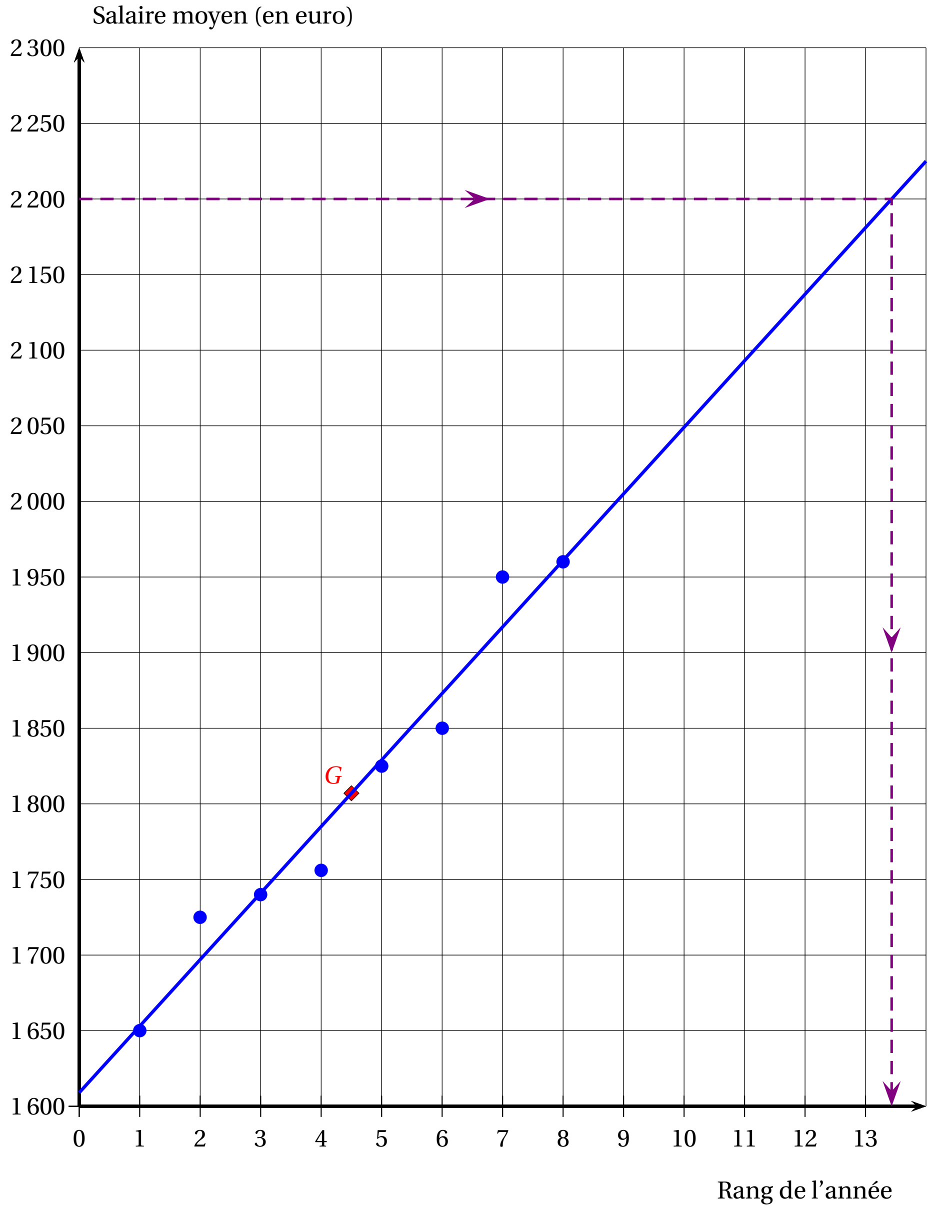
2. D'après ce second modèle, l'engagement de la France ne sera pas tenu en 2030. En effet, en 2030 le rang de l'année est 15. Calculons u_{15}. $u_{15} = 532 \times (0{,}97)^{15} \approx 336{,}8896$

   or $336{,}89 > 280{,}8$.

ANNEXE 1

À rendre avec la copie

EXERCICE 2



ANNEXE 2

À rendre avec la copie

EXERCICE 3

Partie A : 3. a.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	39
$f(x)$	470	546	582	578	534	450	326	162	2