Durée : 2 heures

∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie 7 juin 2016 ∾

EXERCICE 1 — 6 points

La caisse nationale de l'assurance maladie des travailleurs salariés (CNAMTS) a étudié une population de personnes ayant eu recours à un soin médical suite à un accident de la vie courante.
Selon cette enquête :

- 61 % de ces accidents de la vie courante sont domestiques (survenus dans la maison ou son environnement immédiat) ;
- parmi les accidents domestiques, 9 % nécessitent de la rééducation ;
- parmi les accidents de la vie courante qui ne sont pas domestiques, 18 % nécessitent de la rééducation.

On interroge au hasard une personne dans la population étudiée et on considère les évènements suivants :

- D : « la personne a eu un accident domestique » ;
- R : « la personne a eu un accident nécessitant de la rééducation ».

On note $\overline{D}$ l'évènement contraire de D et $\overline{R}$ l'évènement contraire de R.

1. Déterminons la probabilité de l'évènement D, notée $p(D)$.
   $p(D) = 0,61$ car 61 % de ces accidents de la vie courante sont domestiques.
2. La probabilité $p_{\overline{D}}(R)$, probabilité de l'évènement R sachant $\overline{D}$ est 0,18 car parmi les accidents de la vie courante qui ne sont pas domestiques, 18 % nécessitent de la rééducation.
3. L'arbre pondéré de probabilités qui décrit la situation est complété sur l'annexe.
4. **a.** Calculons la probabilité que la personne ait eu un accident domestique nécessitant de la rééducation. Cette probabilité est notée $p(D \cap R)$.
   $p(D \cap R) = p(D) \times p_D(R) = 0,61 \times 0,09 \approx 0,055$.
   Elle est environ égale à $0,055$, valeur arrondie au millième.

   b. $\overline{D} \cap R$ est l'évènement : « La personne a eu un accident non-domestique nécessitant de la rééducation ». Calculons la probabilité de cet évènement.
   $p(\overline{D} \cap R) = p(\overline{D}) \times p_{\overline{D}}(R) = 0,39 \times 0,18 \approx 0,070$.
   Le résultat est arrondi au millième.

   c. Suite à cette enquête, la CNAMTS estime que 12,5 % des accidents de la vie courante nécessitent de la rééducation.
   Calculons la probabilité que les accidents de la vie courante aient nécessité une rééducation.
   $p(R) = p(D \cap R) + p(\overline{D} \cap R) = 0,055 + 0,070 \approx 0,125$.
   L'estimation est donc bien de 12,5 %.
5. Calculons la probabilité $p_R\left(\overline{D}\right)$, probabilité de l'évènement $\overline{D}$ sachant R.
   $p_R\left(\overline{D}\right) = \dfrac{p\left(\overline{D} \cap R\right)}{p(R)} = \dfrac{0,070}{0,125} \approx 0,56$. Le résultat est arrondi au centième.
   Nous pouvons en déduire que 56 % des accidents qui ne sont pas domestiques ont nécessité une rééducation.

EXERCICE 2 — 7 points

Partie A

Le tableau suivant donne l'évolution entre 2004 et 2011 de la dépense liée à la consommation de médicaments en France, en milliards d'euros.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dépense en milliards d'euros : y_i (valeurs approchées à 0,1 milliard d'euros)	30,1	30,7	31,2	32,4	33,1	33,6	34	34,3

Source : Drees, Comptes de la santé (base 2010)

1. Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses. On commencera la graduation à 0.
   - 1 cm pour 0,5 milliard d'euros sur l'axe des ordonnées. On commencera la graduation à 30 milliards d'euros.
2. Soit G le point moyen du nuage, calculons les coordonnées de G. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

$$\overline{x}_G = \frac{0+1+2+\cdots+7}{8} = 3{,}5 \quad \overline{y}_G = \frac{30{,}1+30{,}7+\cdots+34{,}3}{8} = 32{,}425$$

   Le point G (3,5 ; 32,425) est placé dans le repère précédent.
3. On admet que la droite (Δ) d'équation $y = 0,64x + 30,185$ réalise un ajustement affine du nuage de points. La droite (Δ) est tracée dans le repère. Précisons les points utilisés. Outre le point moyen, nous pouvons choisir le point de coordonnées (0,5 , 30,5).
4. En supposant que cet ajustement affine soit fiable jusqu'en 2016, estimons la dépense liée à la consommation de médicaments en France en 2016. Le rang de l'année 2016 est 12. Remplaçons x par cette valeur dans l'équation de (Δ).
   $y = 0{,}64 \times 12 + 30{,}185 = 37{,}865$.
   Selon ce modèle, une estimation de la dépense liée à la consommation de médicaments en France en 2016 est d'environ 37,9 milliards d'euros.
   remarque En utilisant le graphique nous pourrions lire l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 12

Partie B

En réalité, comme le montre le tableau ci-dessous extrait d'une feuille de calcul, la consommation de médicaments a diminué en France après l'année 2011.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Rang de l'année n	0	1				
3	Dépense en milliard d'euros (valeurs approchées à 0,1 milliard d'euros)	34,3	33,9	33,5			

Source : Drees, Comptes de la santé (base 2010*)*

1. Calculons le taux d'évolution de la consommation de médicaments en France entre 2004 et 2013.
   Le taux t est défini par $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{33{,}5-30{,}1}{30{,}1} \approx 0{,}112\,957$.
   Le taux d'augmentation de ces dépenses entre 2004 et 2013 est, arrondi à 0, 1 % près, d'environ 11,3 %.
2. On admet que depuis l'année 2011, la consommation de médicaments en France (en milliard d'euros) peut être modélisée par une suite arithmétique de terme général u_n où n désigne un entier naturel et u_n représente la consommation de médicaments à l'année $(2011 + n)$.
   a. Donnons u_0 et u_1 les premiers termes de la suite (u_n). $u_0 = 34{,}3$, valeur des dépenses en 2011 et $u_1 = 33{,}9$, valeur des dépenses en 2012.
   La raison r d'une suite arithmétique est la différence entre deux termes consécutifs.
   $r = u_1 - u_0 = 33{,}9 - 34{,}3 = -0{,}4$.
   b. Une formule que nous pouvons saisir dans la cellule D3 puis recopier vers la droite pour obtenir les nombres recherchés sur la ligne 3 est = C$3 −0,4.
   c. Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r est $u_n = u_0 + nr$. Par conséquent, $u_n = 34{,}3 - 0{,}4n$.
   d. Donnons une estimation de la dépense de la consommation de médicaments en France en 2016. Le rang de 2016 est 5. $u_5 = 34{,}3 - 0{,}4 \times 5 = 32{,}3$.
   Une estimation de la dépense de la consommation de médicaments en France en 2016, selon ce modèle, est de 32,3 milliards d'euros.

EXERCICE 3 **7 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Lors de sa première année de vie, un enfant a deux types d'anticorps dans le sang : les anticorps transmis par la mère lors de la grossesse et les anticorps produits par l'enfant à partir de sa naissance. La somme des concentrations de ces deux anticorps est appelée **concentration globale** en anticorps dans le sang. La concentration en anticorps dans le sang sera exprimée en grammes par litre (g/L).

Partie A : Étude graphique

On a tracé en **annexe**, dans un repère orthogonal du plan :

— la courbe C représentative de la fonction f (en tiretés) correspondant à la concentration en anticorps maternels ;

— la courbe C' représentative de la fonction g (en trait plein) correspondant à la concentration globale en anticorps.

Pour chacune des questions suivantes, on répondra à l'aide du graphique et on laissera les traits de construction apparents sur l'annexe à rendre avec la copie. On arrondira les réponses à l'unité.

1. L'enfant retrouve la même concentration globale en anticorps qu'à la naissance à 10 mois. À la naissance, la concentration globale est de $12\,\text{g}/\ell$. En traçant la droite d'équation $y = 12$, nous lisons l'abscisse de l'autre point d'intersection de cette droite avec C'.
2. $f(3) \approx 5$ et $g(3) \approx 6$. Nous lisons les ordonnées des points d'abscisse 3, respectivement sur C et C'. La concentration en anticorps produits par l'enfant à l'âge de 3 mois est alors d'environ $1\,\text{g}/\ell$ (6-5).

Partie B : Évolution de la concentration en anticorps transmis par la mère

On modélise la concentration en anticorps maternels dans le sang de l'enfant à l'aide de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par :

$$f(x) = 12 \times 0,75^x.$$

Le nombre $f(x)$ représente la concentration en anticorps maternels dans le sang en fonction de l'âge x, exprimé en mois, de l'enfant.

1. On admet que sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ la fonction f admet le même sens de variation que la fonction u définie par $u(x) = 0,75^x$. Nous savons que si $0 < a < 1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Ici $a = 0,75$, c'est-à-dire un nombre strictement inférieur à 1 par conséquent la fonction $x \longmapsto 0,75^x$ est une fonction strictement décroissante sur $[0\,;\,12]$.

   Il en résulte que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,12]$.

   La concentration en anticorps maternels dans le sang de l'enfant décroît en fonction de l'âge.
2. La concentration en anticorps maternels dans le sang de l'enfant à l'âge de 3 mois est $f(3)$. $f(3) = 12 \times 0,75^3 = 5,06$ au centième près.
3. Résolvons l'inéquation $f(x) \leqslant 9$.

   $12 \times 0,75^x \leqslant 9 \quad 0,75^x \leqslant 0,75^1$. Par conséquent, la fonction f étant strictement décroissante sur $[0\,;\,12]$ $x \geqslant 1$.

   L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \leqslant 9$ est $[1\,;\,12]$.

   À partir d'un mois la concentration en anticorps maternels dans le sang est inférieure à $9\,\text{g}/\ell$.

Partie C : Évolution de la concentration globale en anticorps dans le sang

On modélise la concentration globale en anticorps dans le sang de l'enfant à l'aide de la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,12]$ par :

$$g(x) = 0,28x^2 - 2,8x + 12.$$

Le nombre $g(x)$ représente la concentration globale en anticorps dans le sang en fonction de l'âge x, exprimé en mois, de l'enfant.

1. Sur l'intervalle $[0 ; 12]$, $g'(x) = 0{,}28(2x) - 2{,}8 = 0{,}56x - 2{,}8$.

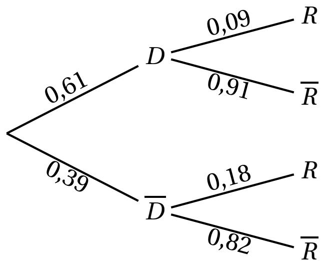
2. Étudions le signe de la fonction g'.
Sur $\mathbb{R}$, $0{,}56x - 2{,}8 > 0 \iff x > 5$. Par conséquent si $x \in [0 ; 5[$, $g'(x) < 0$ et si $x \in]5 ; 12]$, $g'(x) > 0$.
Étudions le sens de variation de g.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I.
Sur $[0 ; 5[$, $g'(x) < 0$ par conséquent g est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.
Sur $]5 ; 12]$, $g'(x) > 0$ par conséquent g est strictement croissante sur cet intervalle.
Construisons le tableau de variation de g sur $[0 ; 12]$.

x	0		5		12
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de g	12				18,72
			5		

3. La fonction g étant strictement décroissante sur $[0 ; 5[$ et strictement croissante sur $]5 ; 12]$, elle admet en 5 un minimum égal à 5.
Il en résulte qu'à l'âge de cinq mois la concentration globale en anticorps dans le sang est minimale.

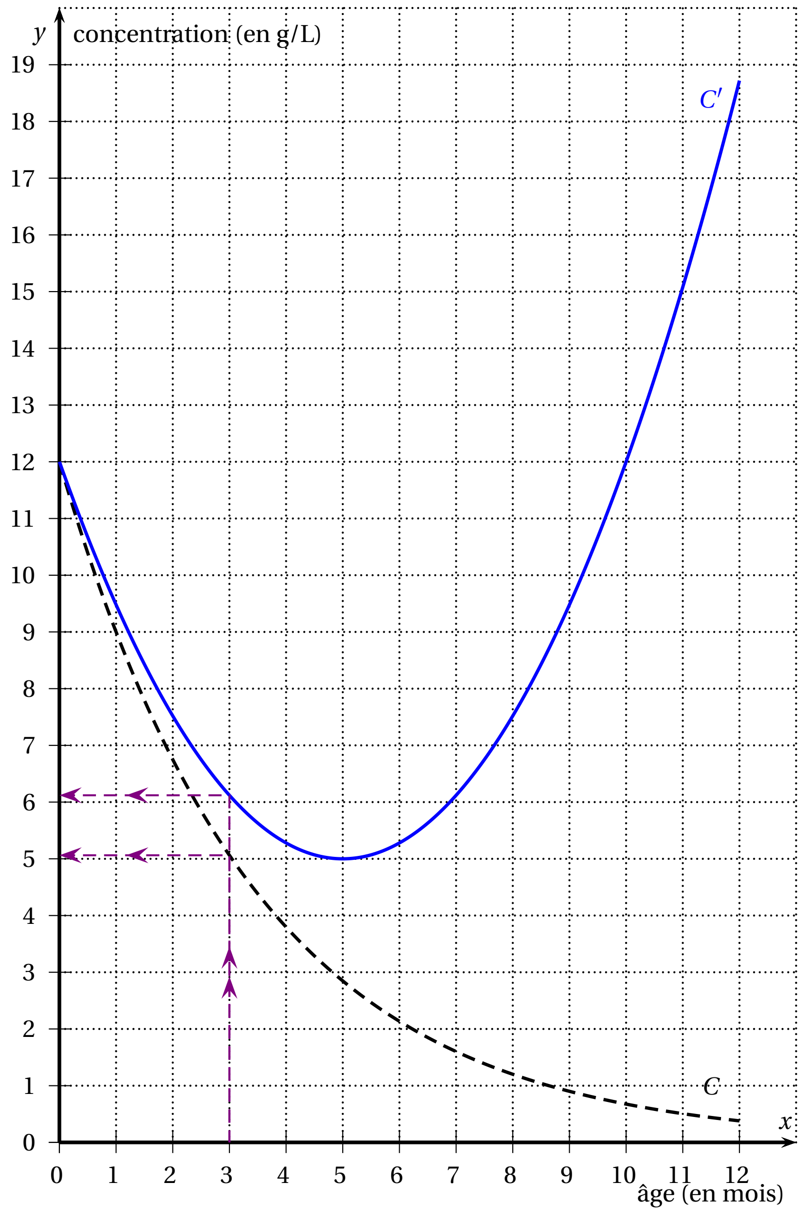
ANNEXE À rendre avec la copie

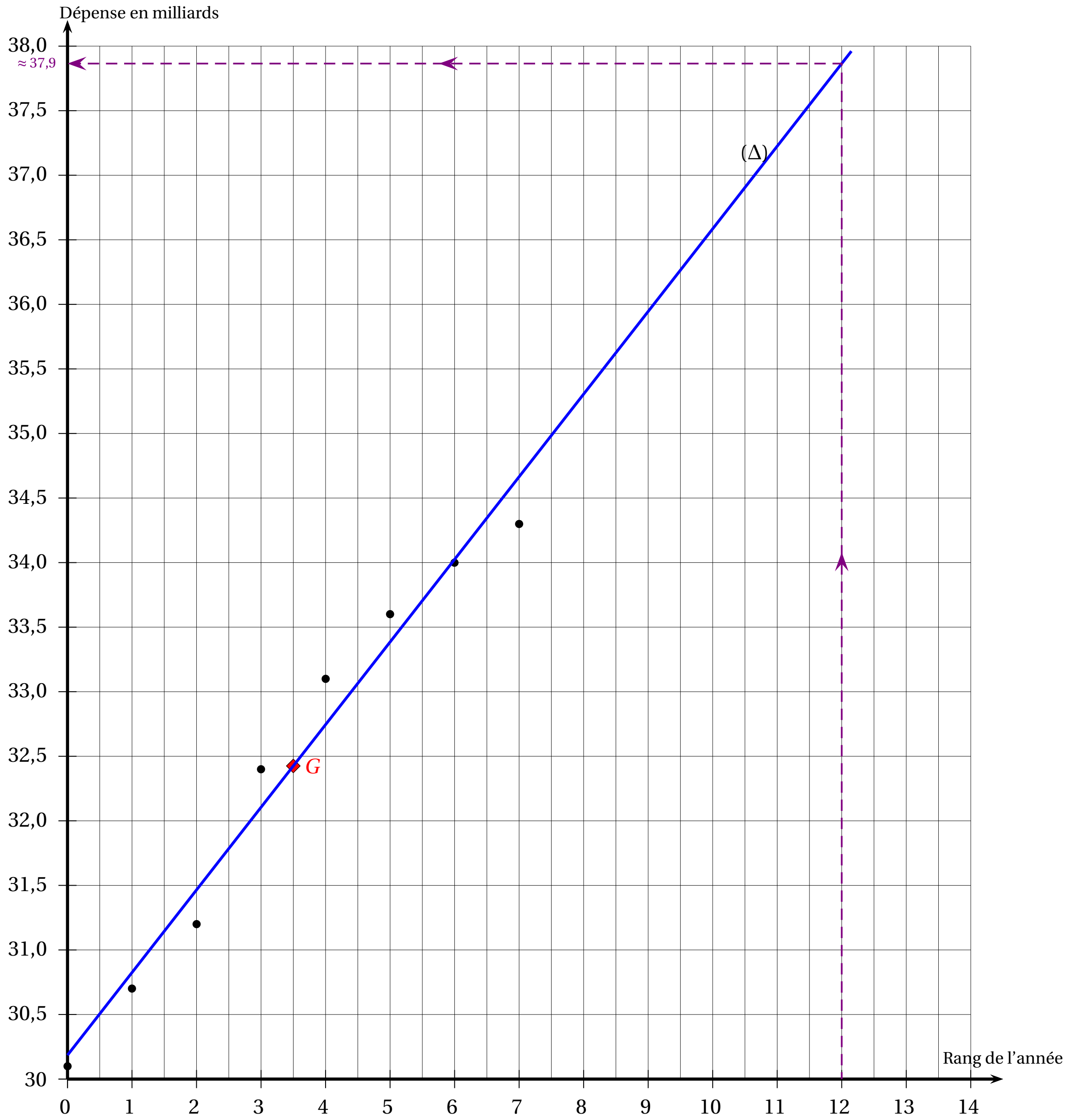
EXERCICE 1



EXERCICE 3

Évolution de la concentration en anticorps dans le sang du nourrisson




Dépense en milliards
38,0
≈ 37,9
37,5
37,0
36,5
36,0
35,5
35,0
34,5
34,0
33,5
33,0
32,5
32,0
31,5
31,0
30,5
30
(Δ)
G
Rang de l'année
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14