Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie juin 2009

EXERCICE 1 **5 points**

1. On a $p(F) = 0,60$, donc $p\left(\overline{F}\right) = 1 - 0,6 = 0,40$;

   De même $p(M) = 0,30$, donc $p\left(\overline{M}\right) = 1 - 0,3 = 0,70$;

   Enfin $p\left(\overline{F} \cap M\right) = 0,16$.

   On sait que $p(M) = p(F \cap M) + p\left(\overline{F} \cap M\right)$, donc $p(F \cap M) = p(M) - p\left(\overline{F} \cap M\right) = 0,30 - 0,16 = 0,14$.
2. On a $p_F(M) = \dfrac{p(F \cap M}{p(F)} = \dfrac{0,14}{0,60} = \dfrac{7}{30} \approx 0,23$.
3. On a $p(F) = p(F \cap M) + p\left(F \cap \overline{M}\right)$, donc $p\left(F \cap \overline{M}\right) = p(F) - p(F \cap M) = 0,60 - 0,14 = 0,46$.
   Enfin $p\left(\overline{F}\right) = p\left(\overline{F} \cap M\right) + p\left(\overline{F} \cap \overline{M}\right)$, donc $p\left(\overline{F} \cap \overline{M}\right) = p\left(\overline{F}\right) - p\left(\overline{F} \cap M\right) = 0,40 - 0,16 = 0,24$.

   Donc $p_{\overline{F}}\left(\overline{M}\right) = \dfrac{p\left(\overline{F} \cap \overline{M}\right)}{p\left(\overline{F}\right)} = \dfrac{0,24}{0,40} = \dfrac{24}{40} = \dfrac{6}{10} = 0,60$.
4. Il faut calculer $p(M \cup F) = p(M) + p(F) - p(M \cap F) = 0,3 + 0,6 - 0,14 = 0,76$.

   On cherche $p_M(F) = \dfrac{p(M \cap F}{p(M)} = \dfrac{14}{30} = \dfrac{7}{15} \approx 0,47$.

On a le tableau de répartition suivant :

	F	$\overline{F}$	Total
M	14	16	30
$\overline{M}$	46	24	70
Total	60	40	100 / 100

EXERCICE 2 **7 points**

1. **a.** De 1990 à 2002, il y a eu une augmentation de $\dfrac{205\,185 - 177\,470}{177\,470} \times 100 \approx 15,6\,\%$.

   b. La formule est $\boxed{= (C4 - B4)/B4}$, en mettant la colonne en format pourcentage.

   c. Il faut trouver le nombre t tel que $1,156 = (1 + t)^12$ soit $1,156^{1/12} = 1 + t$ et enfin $t = 1,156^{1/12} - 1 \approx 0,012\,15 \approx 0,012\,2$

   Le taux d'augmentation annuel est d'environ 1,22 %.
2. **a.** $u_1 = 205\,185 \times 1,007 \approx 206\,621$ médecins.

   b. On a $u_{n+1} = u_n \times (1 + 0,007) = 1,007u_n$.

c. (u_n) est donc une suite géométrique de premier terme 205 185 et de raison $1,007$.
Donc $u_n = u_0 \times 1,007^n = 205\,185 \times 1,007^n$ quel que soit le naturel n.

d. 2010 correspond à $n = 8$, donc $u_8 = 205\,185 \times 1,007^8 \approx 216\,961$.

EXERCICE 3 **8 points**

Partie A : étude graphique

1. La droite d'équation $y = 150$ coupe la courbe en deux points dont les abscisses sont les bornes de l'intervalle de jours où la situation est grave.
On lit 4 et à peu près 10,2.
La situation est donc grave pendant un peu plus de 6 jours.
2. La droite (OA) a un coefficient directeur de $\dfrac{112,5}{10} = 11,25$; ce coefficent directeur est égal au nombre dérivé de la fonction f pour $x = 0$, soit $f'(0) = 11,25$.
3. **a.** Graphiquement le maximum est à peu près égal à $f(7,5) = 253\,000$ malades et ceci se produit durant le 8^{e} jour. Le maximum correspond à un nombre dérivé nul, donc $f'(7,5) = 0$. La vitesse d'évolution est donc nulle au bout de 7 jours et demi.

   b. Le moment de l'épidémie la maladie progresse le plus correspond au nombre dérivé maximal, donc à la tangente dont le coefficient directeur est le plus grand. Ce point se situe entre le 3^{e} et le 4^{e} jour.

Partie B : étude théorique

1.

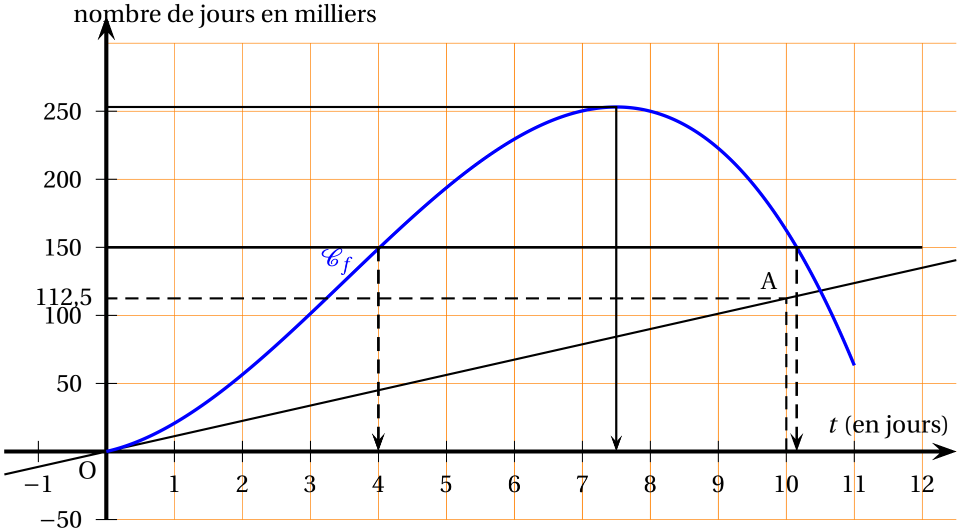
t	0	1	2	3	4	5
$f(t)$	0	20,75	56,5	101,25	149	193,75

t	6	7	8	9	10	11
$f(t)$	229,5	250,25	250	222,75	162,5	63,25

2. $f'(t) = -3t^2 + \dfrac{21}{2} \times 2t + \dfrac{45}{4} = -3\left(t^2 - 7t - \dfrac{15}{4}\right)$.
Étudions le trinôme $t^2 - 7t - \dfrac{15}{4}$: $\Delta = 49 + 4 \times \dfrac{15}{4} = 64 = 8^2$.
Le trinôme a donc deux racines $t_1 = \dfrac{7+8}{2} = \dfrac{15}{2}$ et $t_2 = \dfrac{7-8}{2} = -\dfrac{1}{2}$.
On peut donc factoriser $f'(t) = -3\left(t - \dfrac{15}{2}\right)\left(t + \dfrac{1}{2}\right)$.
3. Le trinôme est positif sauf entre les racines, donc $f'(t) < 0$ sauf entre les racines, donc $f'(t) > 0$ sur $\left]-\dfrac{1}{2} ; \dfrac{15}{2}\right[$.
Conclusion : sur $\left[0 ; \dfrac{15}{2}\right[$ la fonction est croissante et sur $\left[\dfrac{15}{2} ; 11\right]$ elle est décroissante.
Ceci est cohérent avec l'allure de la courbe
4. $f'(t) = -3\left(t^2 - 7t - \dfrac{15}{4}\right) \Rightarrow f'(0) = -3 \times \left(-\dfrac{15}{4}\right) = \dfrac{45}{4} = 11,25$.
Remarque : on peut retrouver la valeur exacte du maximum : $f(7,5) = 253,125$ soit 253 125 malades au maximum.
De même la dérivée est maximale pour $t = 3,5$ et vaut à ce moment $f'(3,5) = 48$.

Annexe (exercice 3)

À rendre avec la copie



r