∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie juin 2013 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 — 5 points

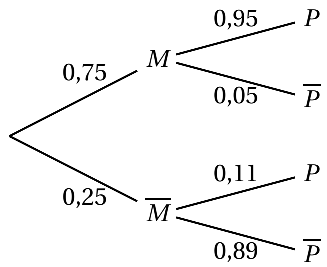
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Un test contre une maladie animale a été élaboré par une entreprise pharmaceutique. Pour connaître sa fiabilité, une population comportant des animaux malades et des animaux sains est testée.

On sait que la proportion d'animaux malades dans la population testée est de 75 % ;
parmi les animaux malades, 95 % ont un test positif ;
parmi les animaux sains, 89 % ont un test négatif.

On choisit au hasard un animal de la population testée. On note :
M l'événement : « l'animal est malade » ;
P l'événement : « le test est positif » ;
L'évènement contraire d'un évènement E est noté $\overline{E}$.

Pour répondre aux questions, le candidat pourra s'aider d'un arbre pondéré.



1. La probabilité que l'animal choisi soit sain est égale à :

   $\boxed{\textbf{a.}\ 0{,}25}$ ~~**b.** 0,11~~ ~~**c.** 0,0375~~ ~~**d.** 0,7125~~

2. La probabilité que, parmi les animaux sains, le test soit positif est égale à :

   ~~**a.** 0,0275~~ $\boxed{\textbf{b.}\ 0{,}11}$ ~~**c.** 0,2225~~ ~~**d.** 0,05~~

3. La probabilité de l'évènement $\overline{P}$ sachant M est égale à :

   ~~**a.** 0,75~~ $\boxed{\textbf{b.}\ 0{,}05}$ ~~**c.** 0,0375~~ ~~**d.** 0,94~~

4. La probabilité de l'évènement $P \cap M$ est égale à :

   ~~**a.** 0,95~~ ~~**b.** 0,75~~ $\boxed{\textbf{c.}\ 0{,}7125}$ ~~**d.** 0,1045~~

5. La probabilité de l'évènement P est égale à :

   ~~**a.** 0,75~~ ~~**b.** 0,95~~ ~~**c.** 1,06~~ $\boxed{\textbf{d.}\ 0{,}74}$

EXERCICE 2 — 8 points

Une élève de première ST2S, a choisi comme thème, pour son dossier d'activités interdisciplinaires, le saturnisme chez les enfants en France. Le saturnisme est une maladie qui correspond à une intoxication aiguë ou chronique par le plomb. Suite à ses recherches, elle a trouvé des statistiques indiquant le nombre d'enfants de 0 à 6 ans ayant un taux de plomb dans le sang anormalement élevé sur la période 2005 – 2009 en France. Ce nombre est appelé nombre de plombémies.

Le tableau suivant est extrait d'une feuille de tableur que l'élève a produite. La colonne C est au format Pourcentage.

	A	B	C
1	Année du prélèvement sanguin	Nombre de plombémies	Taux d'évolution en % entre deux années consécutives
2	2005	9 029	
3	2006	7 871	
4	2007	7 470	
5	2008	7 393	
6	2009	6 559	

Source : Système national de surveillance des plombémies de l'enfant

Partie A

1. Une formule que l'on peut rentrer dans la cellule C3 qui, recopiée vers le bas, donne le taux d'évolution du nombre de plombémies entre deux années consécutives est :

   =(B3-B2)/B2 ou =$B3-$B2)/$B2.

2. Calculons le taux d'évolution entre l'année 2008 et l'année 2009. $t = \dfrac{6\,559 - 7\,393}{7\,393} \approx -0{,}112\,8$.

   Le taux d'évolution entre l'année 2008 et l'année 2009, en pourcentage arrondi à 0,1 % près est 11,3 %.

3. Calculons le nombre total S de plombémies dénombrées entre 2005 à 2009, ces années étant incluses.

   $S = 9\,029 + 7\,871 + 7\,470 + 7\,393 + 6\,559 = 38\,322$.

Partie B

L'élève souhaite estimer le nombre de plombémies pour l'année 2010. Pour cela, elle considère que le nombre de plombémies baisse de 11 % par année à partir de 2005.
Elle modélise alors cette évolution par une suite géométrique de terme général u_n où n désigne un entier naturel et u_n représente le nombre de plombémies de l'année (2005 + n).
On a alors $u_0 = 9029$.

1. **a.** Montrons que la raison de cette suite est égale à 0,89.

   À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur de $1 + t$.

   Pour une baisse de 11 % c'est-à-dire pour $t = -0{,}11$, le coefficient multiplicateur est donc $1 - 0{,}11 = 0{,}89$.

   La suite étant géométrique, un terme se déduit du précédent en le multipliant par la raison.

   La raison est donc 0,89.

   b. $u_1 = 9\,029 \times 0{,}89 \approx 8\,036$.

2. **a.** Exprimons u_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$. $u_n = 9\,029 \times (0{,}89)^n$.

   b. Le nombre de plombémies que l'élève peut estimer pour l'année 2010 est u_5.

   $u_5 = 9\,029 \times (0{,}89)^5 \approx 5\,042$ à une unité près.

3. La somme des n+1 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q ($q \neq 1$) est :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

a. Calculons, pour les années 2005 à 2009 incluses, le nombre total T de plombémies que l'élève peut obtenir avec sa modélisation.

$T = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 9029 \times \dfrac{1-0,89^5}{1-0,89} \approx 36247$.

b. L'élève considère que sa modélisation est acceptable si l'écart entre T et S n'excède pas 7 % de S. Calculons $\dfrac{T-S}{S}$.

$\dfrac{T-S}{S} = \dfrac{36247-38322}{38322} \approx -0,054$. Puisque cet écart est inférieur à 7 % de S, sa modélisation est acceptable.

EXERCICE 3 — 7 points

Un médicament est administré en intraveineuse. Un laboratoire étudie le processus d'absorption de ce médicament par l'organisme pendant les 12 heures qui suivent l'injection.
La quantité de produit présent dans le sang est exprimée en cm^3. Le temps t est exprimé en heures. La quantité de produit présent dans le sang, en fonction du temps t, est donnée par $f(t) = 4 \times 0,85^t$ où t désigne un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0;12]$.

Partie A

1. Pour déterminer la quantité de produit présent dans le sang à l'instant $t = 0$ c'est-à-dire calculons $f(0)$. $f(0) = 4$.

2. On admet que la fonction f a les mêmes variations sur l'intervalle $[0;\ 12]$ que la fonction g définie sur l'intervalle $[0;\ 12]$ par $g(t) = 0,85^t$.

Si $0 < a < 1$ nous savons que la fonction $x \mapsto a^x$ est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Par conséquent la fonction f est strictement décroissante sur $[0\ ;\ 12]$.

Dressons le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0;\ 12]$.

t	0	12
Variation de f	4 ↘	0,57

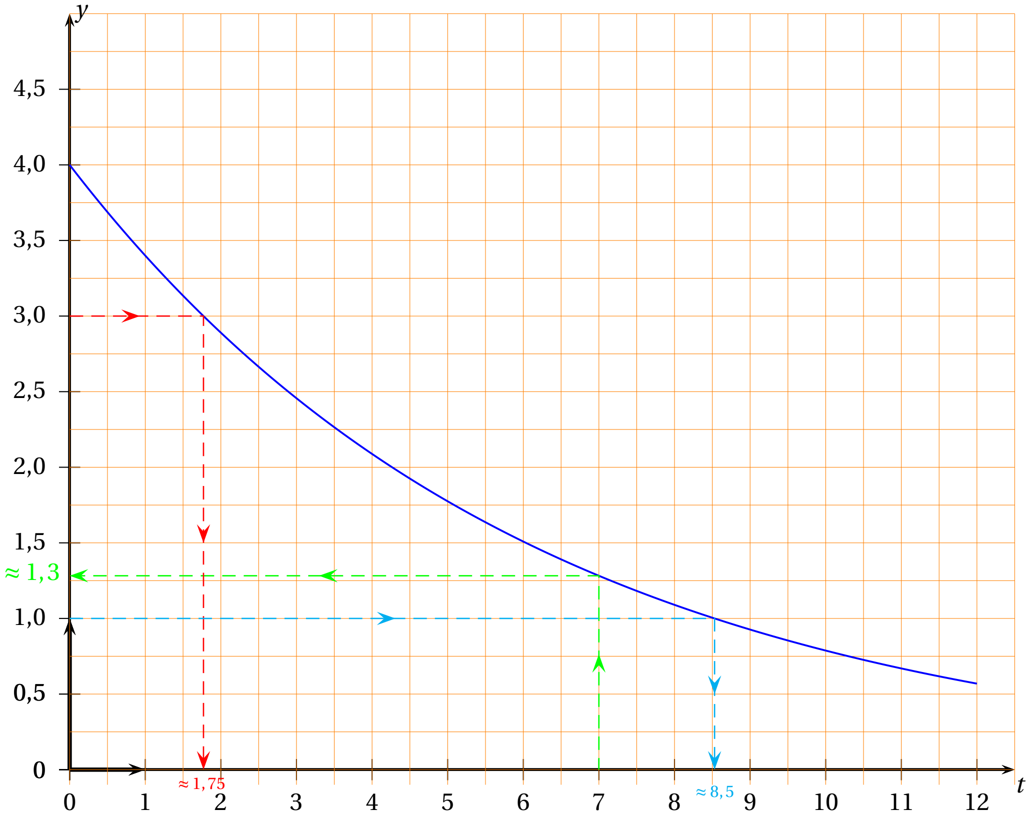
3. Résolvons l'équation $f(t) = 1$.

$4 \times (0,85)^t = 1 \quad 0,85^t = \dfrac{1}{4} \quad 0,85^t = 0,25 \quad t\log(0,85) = \log(0,25) \quad t = \dfrac{\log 0,25}{\log 0,85} \approx 8,5$

La solution de l'équation $f(t) = 1$ est $\dfrac{\log 0,25}{\log 0,85}$ soit à 10^{-1} près 8,5.

Partie B

On a représenté ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Pour déterminer graphiquement la quantité de produit présent dans le sang au bout de 7 heures, lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 7. Nous trouvons environ 1,3.

2. Déterminons graphiquement au bout de combien de temps la quantité de produit présent dans le sang aura diminué de 25 %. Il reste donc 3 cm^3 de produit dans le sang.

L'abscisse du point d'ordonnée 3 vaut environ 1,75.

Au bout d'environ 1 heure trois-quarts, la quantité de produit aura diminué de 25%.

3. Le laboratoire indique que le médicament n'est plus efficace lorsque la quantité de produit présent dans le sang est inférieure à 1 cm^3. Déterminons graphiquement la durée d'efficacité de ce médicament.

L'abscisse du point d'ordonnée 1 est environ 8,5. Par conséquent, il a fallu 8 heures et demie pour que la quantité ne soit plus que de 1 cm^3.