Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie juin 2017

EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples (OCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question, suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une absence de réponse ou pour une réponse inexacte.

1. Après une campagne de vaccination contre une maladie, on constate que le nombre de malades a diminué de 25 % la première année et de 12 % la seconde.
   Le pourcentage de baisse du nombre de malades à la fin de la deuxième année est égal à :

   a. ~~40 %~~ **b.** $\boxed{34\,\%}$ **c.** ~~37 %~~ **d.** ~~66 %~~

   $(1-0.25)(1-0.12)-1=-0.34$.

2. On considère la suite géométrique (v_n) de raison 2 telle que $v_5=96$. Alors v_0 est égal à :

   a. ~~86~~ **b.** $\boxed{3}$ **c.** $\cancel{96\times 2^5}$ **d.** ~~32~~

   $v_5=v_0\times q^n$ donc $v_0=\frac{96}{2^5}$.

Pour les trois questions suivantes, on considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0=3$ et de raison 2,4.

3. Alors u_{20} est égal à :

   a. ~~62,4~~ **b.** ~~108~~ **c.** ~~48~~ **d.** $\boxed{51}$

   $u_n=u_0+nr$ donc $u_{20}=3+20\times 2{,}4$.

4. On utilise une feuille de calcul pour déterminer les termes de la suite (u_n).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7
2	u_n	3	5,4						
3	S_n	3	8,4						

   Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule C2 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer les termes successifs de la suite (u_n) ?

   a. ~~=B2+2,4~~ **b.** $\boxed{\text{=B2+2,4}}$ **c.** ~~=$B2+2,4~~ **d.** ~~=B2*2,4~~

   a. la suite a une valeur constante 5,4 (référence absolue) , de même pour **c.** car la colonne B est fixe (utilisation du $ devant B).

5. On souhaite calculer la somme $S_7=u_0+u_1+\cdots+u_7$ des 8 premiers termes de la suite (u_n). Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule C3 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer S_7 ?

   a. ~~=B3+C3~~ **b.** ~~=Somme(B2 :C2)~~ **c.** $\boxed{\text{=C2+B3}}$ **d.** ~~=B2+C2~~

EXERCICE 2 **7 points**

Le tableau ci-dessous montre l'évolution du nombre de places disponibles en première année d'IFSI (Institut de Formation en Soins Infirmiers) ainsi que le nombre de candidats admis à l'issue des épreuves dans un département de France.

Session	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Nombre de places disponibles	590	607	615	617	620	614
Nombre d'étudiants admis	507	521	533	536	541	542

1. Calculons la proportion d'étudiants admis par rapport au nombre de places disponibles pour la session 2013.

Cette proportion est égale au quotient du nombre d'étudiants admis par le nombre de places disponibles.

$p = \dfrac{542}{614} \approx 0{,}882\,73$.

Ce résultat sous forme de pourcentage arrondi à 0,1 % est donc 88,3 %.

2. Calculons le taux d'évolution du nombre d'étudiants admis en 1re année d'IFSI entre les sessions des années 2008 et 2013.

Le taux d'évolution T est défini par $T = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$

$T = \dfrac{542-507}{507} \approx 0{,}069\,0$. Le taux d'évolution sous forme de pourcentage arrondi à 0,1 % est de 6,9 %

3. On souhaite prévoir le nombre d'étudiants admis pour la session 2018.

On s'appuie sur le tableau suivant :

Session	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Nombre d'étudiants admis (y_i)	507	521	533	536	541	542

a. Le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté page 6 dans un repère orthogonal d'unités graphiques :

— 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses. On commencera la graduation à 0.

— 2 cm pour 10 étudiants sur l'axe des ordonnées. On commencera la graduation à 500.

b. Déterminons les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points et plaçons-le dans le repère précédent.

Le point moyen est le point G de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.

$$\overline{x}_G = \frac{1+2+\cdots+6}{6} = 3{,}5 \quad \overline{y}_G = \frac{507+521+\cdots+541+542}{6} = 530$$

G (3,5 ; 530)

c. On admet que la droite (D) passant par G et de coefficient directeur 6,8 est une droite d'ajustement de ce nuage valable pour les prochaines années.

Montrons que la droite (D) admet pour équation réduite : $y = 6{,}8x + 506{,}2$.

L'équation de la droite ayant pour coefficient directeur 6,8 est de la forme $y = 6{,}8x + p$.

Elle passe par G donc $530 = 6{,}8 \times 3{,}5 + p$ d'où $p = 530 - 6{,}8 \times 3{,}5 = 506{,}2$.

Nous trouvons bien l'équation cherchée.

d. La droite (D) est tracée dans le repère précédent.

e. À l'aide de cet ajustement, calculons le nombre prévisionnel d'étudiants admis en 2018. En 2018, $x = 10$. Remplaçons x par 10 dans l'équation de la droite.

$y = 6{,}8 \times 11 + 506{,}2 = 581$

Retrouvons le résultat par lecture graphique. Pour ce faire, nous lisons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 10. Avec la précision permise par le graphique, nous lisons environ 574, ce qui correspond bien au résultat précédent.

EXERCICE 3 — 8 points

Chaque semaine, le réseau Sentinelles collecte auprès de ses médecins des informations permettant notamment d'estimer le nombre de cas de certaines maladies (grippe, varicelle, oreillons, etc.) sur une période donnée.
Ainsi, on a évalué, pendant 15 semaines, à partir de mi-novembre 2014, le nombre de personnes présentant des syndromes grippaux.

La courbe figurant **en annexe** donne l'évolution du taux d'incidence de la grippe (nombre de cas grippaux observés pour 100 000 habitants) pendant la période considérée.

PARTIE A : Première phase d'évolution

Pendant les 6 premières semaines d'observation, le taux d'incidence de la grippe est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ par : $f(t) = 24 \times 1,27^t$, où t est le nombre de semaines écoulées depuis le début de l'observation.

1. Le taux d'incidence de la grippe au bout de la 1re semaine d'observation est $f(1)$.
$f(1) = 24 \times 1{,}27^1 = 30{,}48$.

2. On admet que la fonction f a le même sens de variation que la fonction g définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par :
$g(t) = 1,27^t$.
Nous savons que si $a > 1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$. Ici $a = 1{,}27$, c'est-à-dire un nombre strictement supérieur à 1 par conséquent la fonction $g\ :\ t \longmapsto 1{,}27^t$ est une fonction strictement croissante sur $[0; 6]$.
Il en résulte que la fonction f, étant le produit de la fonction g par un réel strictement positif, est strictement croissante sur l'intervalle $[0; 6]$.

3. a. Résolvons sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $24 \times 1,27^t > 60,96$.
$24 \times 1,27^t > 60,96 \quad 1,27^t > \dfrac{60{,}96}{24} \quad 1,27^t > 2{,}54 \quad t\log 1{,}27 > \log 2{,}54 \quad t > \dfrac{\log 2{,}54}{\log 1{,}27}$
L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left]\dfrac{\log 2{,}54}{\log 1{,}27}\ ;\ +\infty\right[$
REMARQUE : nous avons bien $2{,}54 = 2 \times 1{,}27$ mais nous ne pouvons simplifier car $\log 2{,}54 = \log 2 + \log 1{,}27$.

b. Déterminons au bout de combien de semaines écoulées le taux d'incidence de la grippe dépassera le double du taux d'incidence observé au bout de la première semaine. Le taux est alors de $2\times f(1)$ soit 60,96. En utilisant le résultat de la question précédente, une valeur approchée de $\dfrac{\log 2{,}54}{\log 1{,}27}$ est 3,9. Par conséquent au bout de quatre semaines, le taux d'incidence de la grippe dépassera le double du taux d'incidence observé au bout de la première semaine.

PARTIE B : Deuxième phase d'évolution

Au-delà de la 6e semaine d'observation, on modélise le taux d'incidence par la fonction h définie sur l'intervalle $]6\ ;\ 15]$ par : $h(t) = -20t^2 + 480t - 2\,059{,}3$.

1. Déterminons à l'aide du graphique, au bout de combien de semaines écoulées le taux d'incidence dépasse 500 pour la première fois. Nous traçons la droite d'équation $y = 500$ et nous lisons l'abscisse du premier point d'intersection de cette droite avec la courbe représentative de h. Avec la précision permise par le graphique, nous trouvons environ 8.

2. a. Déterminons $h'(t)$ où h' est la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $]6\ ;\ 15]$.
$h'(t) = -20(2t) + 480 = -40t + 480$

b. Étudions le signe de $h'(t)$ en fonction de t sur l'intervalle $]6\ ;\ 15]$.
Résolvons sur $\mathbb{R}$, $\quad -40t + 480 > 0$.
$-40t + 480 > 0 \iff -40t > -480 \iff t < 12$. Il en résulte :
si $t \in]6\ ;\ 12[$, $\quad h'(t) > 0$ et si $t \in]12\ ;\ 15]$, $\quad h'(t) < 0$.

c. Construisons le tableau de variation de la fonction h sur l'intervalle $]6\ ;\ 15]$.
Étudions d'abord le sens de variation de la fonction h.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
Sur $]6\ ;\ 12[$, $h'(t) > 0$ par conséquent h est strictement croissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
Sur $]12\ ;\ 15]$, $h'(t) < 0$ par conséquent h est strictement décroissante sur cet intervalle.
Construisons le tableau de variation de h sur $]6; 15]$.

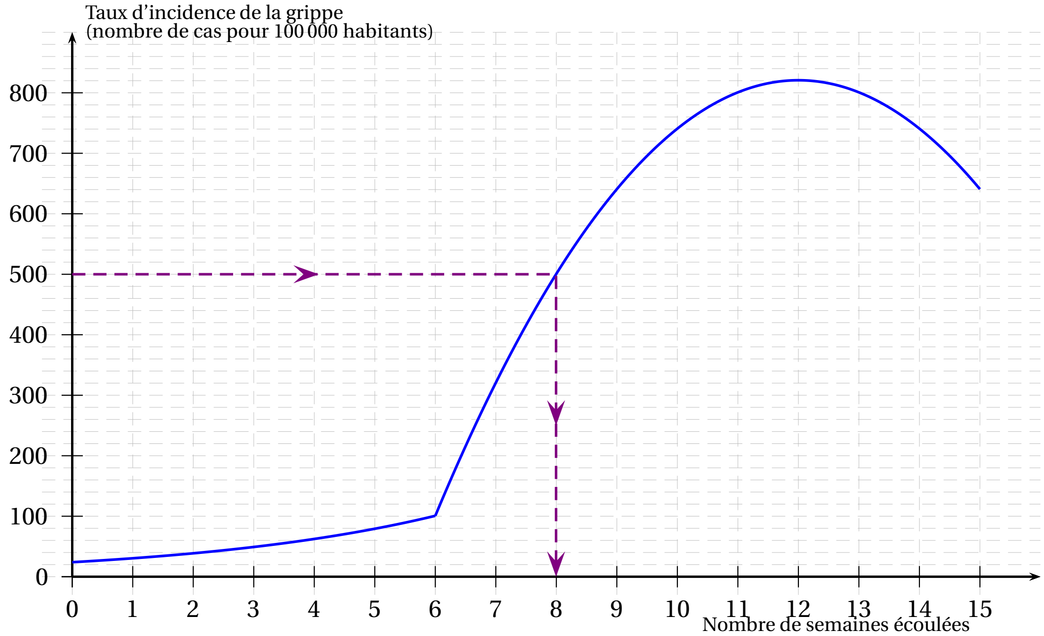
t	6		12		15
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
Variation de h	100,7	$\nearrow$	820,7	$\searrow$	640,7

3. Pendant la deuxième phase d'évolution, le taux d'incidence de la grippe est le plus élevé lorsque la fonction h atteint un maximum soit pour $t = 12$. La valeur maximale atteinte est 820,7.

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 3



EXERCICE 2 question 3

Nuage de points