∽ Corrigé du baccalauréat ST2S Polynésie 13 septembre 2012 ∾

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Une feuille de papier millimétré, à rendre avec la copie, est fournie au candidat.

EXERCICE 1 — 8 points

Une population homogène de bactéries, placée dans un milieu liquide stable donné, se multiplie par divisions successives. On s'intéresse à l'évolution en fonction du temps de la densité bactérienne, c'est-à-dire du nombre de bactéries par unité de volume.

Partie A :

Une série de cinq mesures expérimentales a donné les résultats suivants :

Temps en heures : x_i	0	0,5	1	1,5	2
Densité en millions de bactéries : y_i	2,8	4,1	8,2	14,4	27,3

1. Le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ de la série statistique, a été construit page 3 dans un repère orthogonal d'origine O, dans lequel 5 cm représentent une heure en abscisses et 1 cm représente 2 millions de bactéries en ordonnées.
2. On appelle G le point moyen du nuage.
   a. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.

   $$\overline{x}_G = \frac{0+0,5+1+1,5+2}{5} = 1 \qquad \overline{y}_G = \frac{2,8+4,1+8,2+14,4+27,3}{5} = 11,36.$$

   G (1 ; 11,36) est placé sur le graphique.

   b. Déterminons une équation de la droite (OG). Passant par l'origine, elle a une équation de la forme $y = mx$ où $m = \dfrac{11,36}{1}$. L'équation de (OG) est $y = 11,36x$.

   c. Cette droite est tracée dans le repère précédent.
3. La droite (OG) constitue un premier ajustement du nuage.
   Pour prévoir la densité bactérienne au bout de 3 heures, remplaçons x par 3 dans l'équation de la droite.
   $y = 11,36 \times 3 = 34,08$. Nous pouvons estimer la densité bactérienne à 34,1 millions.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;2]$ par $f(x) = \dfrac{5}{2} \times 3,2^x$.

1. On admet que, sur l'intervalle $[0;\ 2]$, la fonction f a le même sens de variation que la fonction g définie par : $g(x) = 3,2^x$.
   Si $a > 1$ nous savons que la fonction $x \mapsto a^x$ est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
   Par conséquent la fonction f est strictement croissante sur $[0\ ;\ 2]$.
2. Complétons le tableau suivant :

x	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	2,5	4,5	8	14,3	25,6

   les résultats sont arrondis au dixième.

3. Dans le même repère que celui utilisé à la question 1. de la **partie A**, page 3, la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$ a été tracée.
4. La courbe représentative de la fonction f constitue un deuxième ajustement du nuage de points étudié dans la **partie A**.
   En utilisant ce deuxième ajustement, déterminons par le calcul, la densité bactérienne prévisible au bout de 3 heures.
   En supposant que la fonction f soit prolongée de la même manière au moins jusqu'à 3, nous aurions alors $f(3) = \dfrac{5}{2} \times 3,2^3 \approx 81,9$.
5. Ce résultat est nettement plus élevé que celui obtenu à la partie A.
   Au vu des premiers termes où la courbe est plus proche des mesures, l'ajustement le plus pertinent pour la situation donnée serait le deuxième.

EXERCICE 2 **7 points**

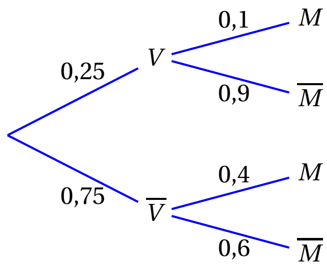
On veut vérifier l'efficacité d'un vaccin sur une population donnée. On dispose des données suivantes :

- un quart de la population a été vacciné contre la maladie ;
- au cours d'une épidémie, on constate que parmi les individus vaccinés, seuls 10 % sont malades et parmi les individus non vaccinés, trois individus sur cinq ne sont pas malades.

On choisit au hasard une personne dans cette population.

On note :
V l'événement « la personne est vaccinée contre la maladie » et $\overline{V}$ l'événement contraire de V ;
M l'événement « la personne est malade » et $\overline{M}$ l'événement contraire de M.

1. Complétons l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation étudiée.



2. $P(V) = 0{,}25$ car un quart de la population a été vacciné contre la maladie.
$P_V(M) = 0{,}1$ car parmi les individus vaccinés, seuls 10 % sont malades.

3. $P(V \cap M) = p(V) \times p_V(M) = 0{,}25 \times 0{,}1 = 0{,}025.$
$P\left(\overline{V} \cap M\right) = p(\overline{V}) \times p_{\overline{V}}(M) = 0{,}75 \times 0{,}4 = 0{,}3.$
La probabilité qu'une personne de la population soit malade vaut $0,325$.
En effet $p(M) = p(V \cap M) + p\left(\overline{V} \cap M\right) = 0{,}025 + 0{,}3 = 0{,}325$

4. $P_{\overline{V}}(M) = 0{,}4$ et $P_V(M) = 0{,}1$, nous pouvons dire que ce vaccin a une certaine efficacité.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour chacune des questions de ce questionnaire à choix multiples, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Ne rien inscrire sur le sujet.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse erronée ou une absence de réponse n'ôte pas de point.

L'iode 131 est un produit radioactif. La masse de tout échantillon d'iode 131 diminue régulièrement de 8,3 % par jour par désintégration.
On dispose d'un échantillon de masse initiale $M_0 = 100$ g. On note M_n la masse de cet échantillon au bout de n jours.

1. Arrondie au dixième, la masse M_2 de l'échantillon au bout de 2 jours est :

a. ~~68,9~~ g

b. ~~83,4~~ g

c. $\boxed{84{,}1 \text{ g}}$ $100 \times 0{,}917^2$

d. ~~98,3~~ g

2. La suite des nombres M_n est une suite :

a. ~~arithmétique de raison~~ 0,917

b. $\boxed{\text{géométrique de raison } 0{,}917}$ un terme se déduit du précédent en le multipliant par 0,917.

c. ~~arithmétique de raison~~ 0,083

d. ~~géométrique de raison~~ 0,083

3. L'expression de M_n en fonction de n est :

a. $M_n = \cancel{100 + n \times 0{,}917}$

b. $M_n = \cancel{100 \times 0{,}083^n}$

c. ~~$M_n = 100 + 0,917^n$~~

d. $\boxed{M_n = 100 \times 0,917^n}$

4. On veut calculer les masses successives de l'échantillon à l'aide d'un tableur. La formule à écrire en B3 pour obtenir, en la recopiant vers le bas, les termes M_n de la suite dans la colonne B, est :

	A	B
1	Rang du jour : n	M_n
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	

a. $\boxed{\text{« = B2 ⋆0,917 »}}$

b. ~~« = 100 ⋆ 0,917 ˆ A2 »~~

c. ~~« = 100 ⋆ 0,917 ˆ B2 »~~

d. ~~« = A2 ⋆0,917 »~~

5. Les solutions de l'inéquation $M_n < 10$ sont les entiers n tels que :

a. $\cancel{n > \log \dfrac{100}{917}}$

b. $\cancel{n < \dfrac{-1}{\log 0,917}}$

c. $\boxed{n > \dfrac{-1}{\log 0,917}}$

d. $\cancel{n > \dfrac{100}{917}}$