Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole 19 juin 2013

EXERCICE 1 **5 points**

QCM

Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.
Le candidat notera sur sa copie, le numéro de la réponse de chaque question suivi de la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte ajoute un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

L'évolution de l'endettement d'une entreprise est donnée par le tableau ci-desssous, extrait d'une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Endettement en milliers d'euros	400	410				
3	Pourcentage d'évolution entre deux années consécutives						

1. Le pourcentage d'augmentation de l'endettement de l'entreprise entre les années 2011 et 2012 est :

a. ~~0,25 % ~~ **b.** $\boxed{2,5\,\%}$ **c.** ~~10,25 %~~ **d.** ~~0,025 %~~

À partir de l'année 2012, on admet que l'endettement de l'entreprise diminuera chaque année de 5 %.

2. La formule à saisir dans la cellule D2, qui recopiée vers la droite, permettra d'afficher les valeurs en milliers d'euros de l'endettement de l'entreprise pendant les années qui suivent 2012 est :

a. ~~=410*0,95~~ **b.** ~~=C2*0,05~~ **c.** $\boxed{\text{=C2*0,95}}$ **d.** ~~=C2*0,95~~

3. On désigne par n un entier naturel. On note u_n l'endettement de l'année $2012+n$, ainsi $u_0 = 410$.
L'endettement de l'entreprise en milliers d'euros pendant l'année 2020 est :

a. $\boxed{u_8 = 410\times 0,95^8}$ **b.** $\cancel{u_8 = 410\times 0,95^9}$ **c.** $\cancel{u_9 = 410\times 0,95^8}$ **d.** $\cancel{u_9 = 410\times 0,95^9}$

4. On cherche à partir de quelle année l'endettement de l'entreprise aura diminué de moitié.
Pour cela l'inéquation à résoudre s'écrit $410\times 0,95^n \leqslant 205$, où n désigne un entier naturel.
Les solutions de cette inéquation sont les entiers n tels que :

a. $\cancel{n \leqslant \frac{\log(0,5)}{\log(0,95)}}$ **b.** $\boxed{n \geqslant \frac{\log(0,5)}{\log(0,95)}}$ **c.** $\cancel{n \geqslant \log\left(\frac{0,5}{0,95}\right)}$ **d.** $\cancel{n \leqslant \log\left(\frac{0,5}{0,95}\right)}$

5. Dans le tableau les cellules C3 à G3 sont en pourcentages. La formule à saisir dans la cellule C3, qui recopiée vers la droite, permet d'afficher le pourcentage d'évolution de l'endettement de l'entreprise entre deux années consécutives est :

a. ~~= ($C2-$B2)/$B2~~ **b.** ~~=C2-B2/B2~~ **c.** ~~=C2/B2~~ **d.** $\boxed{\text{=(C2-B2)/B2}}$

EXERCICE 2

Fin 2010, 1 200 000 personnes âgées dépendantes ont bénéficié de l'Allocation Personnalisée d'Autonomie (APA), soit à domicile, soit en établissement.
Ces personnes sont classées dans quatre Groupes Iso-Ressources (GIR) en fonction des différents stades de pertes d'autonomie.
Les résultats, exprimés en milliers de personnes, d'une enquête réalisée en 2010 auprès des conseils généraux ont permis de construire le tableau suivant.

	Nombres de personnes bénéficiant de l'APA à domicile (*en milliers*)	Nombres de personnes bénéficiant de l'APA en établissement (*en milliers*)	Total (*en milliers*)
Nombre de personnes en GIR1 (*en milliers*)	19	86	105
Nombre de personnes en GIR2 (*en milliers*)	131	191	322
Nombre de personnes en GIR3 (*en milliers*)	159	79	238
Nombre de personnes en GIR4 (*en milliers*)	425	110	535
Total (*en milliers*)	734	466	1 200

Source : Enquête trimestrielle en 2010 auprès des conseils généraux par la Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques du Ministère de la santé.

1. Justifions, par un calcul approprié, chacune des affirmations suivantes dans lesquelles les résultats ont été arrondis à l'unité.

a. Le pourcentage des personnes de l'étude qui vivent à domicile est égal à 61 %.

Nous calculons la proportion de personnes vivant à domicile par rapport à la population étudiée :

$\frac{734}{1200} \approx 0{,}612$ soit en pourcentage environ 61 %.

b. 3 % des personnes de l'étude vivant à domicile sont classées en GIR1.

Nous calculons la proportion de personnes classées GIR1 parmi les personnes vivant à domicile :

$\frac{19}{734} \approx 0{,}259$ soit environ 3 %.

Pour chacune des questions suivantes, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondie au centième.

2. On choisit au hasard le dossier d'une personne agée dépendante bénéficiant de l'APA.

On considère les événements suivants :

G **:** « Le dossier est celui d'une personne classée en GIR1 ».

E **:** « Le dossier est celui d'une personne vivant en établissement ».

L'univers est l'ensemble des personnes âgées dépendantes et la loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité. La probabilité d'un événement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$

a. Calculons la probabilité des événements G et E.

Il y a, en milliers, 105 personnes en GRI1 d'où $P(G) = \frac{105}{1200} \approx 0,09$.

Il y a, en milliers, 466 personnes en établissement d'où $P(E) = \frac{466}{1200} \approx 0,39$.

b. $G \cap E$ est l'événement : « le dossier est celui d'une personne classée en GIR1 et vivant en établissement » ;

$P(G \cap E) = \frac{86}{1200} \approx 0,07$.

$G \cup E$ est l'événement : « le dossier est celui d'une personne classée en GIR1 ou vivant en établissement » ;

$P(G \cup E) = P(E) + P(G) - P(G \cap E) = 0{,}09 + 0{,}039 - 0{,}07 = 0{,}41$.

c. Sachant que le dossier choisi est celui d'une personne classée en GIR4, calculons la probabilité p que cette personne vive à domicile. Il y a 425 milliers de personnes vivant à domicile parmi les personnes classées GRI4.

$p = \frac{425}{535} \approx 0,81$.

d. Calculons $P_E(G)$.$P_E(G) = \dfrac{P(E \cap G)}{P(E)} = \dfrac{0{,}07}{0{,}39} \approx 0,18$.

EXERCICE 3

Pour traiter un patient, un médecin procède à l'injection intramusculaire d'une dose d'une substance médicamenteuse au temps $t = 0$ (t est exprimé en heures).

Le produit actif se diffuse dans le sang puis est progressivement éliminé.

Le médicament est efficace lorsque la concentration du produit actif dans le sang est supérieur ou égale 25 mg.L^{-1}

(25 milligrammes par litre).

La concentration maximale du produit actif dans le sang ne peut pas dépasser 40 mg.L^{-1} pour éviter les effets secondaires.

Étude graphique

La courbe donnée en annexe représente la concentration en mg.L^{-1} du produit actif dans le sang du malade en fonction du temps écoulé depuis l'injection du médicament.

À l'aide de cette courbe répondre, avec la précision que permet le graphique, aux questions suivantes en faisant apparaître les traits de constructions utiles.

1. Déterminons la concentration du produit actif pour $t = 5$. Pour ce faire, lisons l'ordonnée du point d'abscisse 5 appartenant à la courbe, nous lisons 5.(traits en bleu)
   Au bout de 5 heures la concentration du produit actif est de 5 mg.L^{-1}
2. Le médecin a respecté la dose à ne pas dépasser car le maximum de la fonction est très inférieure à la dose maximale 40 mg.L^{-1}.
3. Déterminons les temps en heures et minutes pour lesquelles la quantité de produit actif est de 15 mg.L^{-1}.
   Pour ce faire, traçons la droite d'équation $y = 15$ et lisons les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe. Nous lisons environ 0,5 soit 30 minutes ou 4,1 soit 4 heures 6 minutes. (traits en cyan)
4. Déterminons la durée pendant laquelle le médicament est resté efficace. Traçons la droite d'équation $y = 25$. Les abscisses des points d'intersection de cette droite et de la courbe sont 1 et 3,2. Entre ces valeurs la courbe est au-dessus de cette droite. La durée est la différence entre ces deux abscisses ; la durée est donc 2,2 soit 2 heures et 12 minutes. (traits en rouge)
5. Le médicament est complétement éliminé lorsque la courbe recoupe l'axe des abscisses c'est-à-dire pour $t = 6$. Le médicament est entièrement éliminé au bout de 6 heures.

Étude numérique

On admet que la concentration, exprimée en mg.L^{-1}, du produit actif dans le sang du malade est donnée en fonction du temps t, exprimé en heures, par la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$$f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t.$$

1. Complétons le tableau de valeurs numériques suivant :

t	0	1	2	3	4	5	6
$f(t)$	0	25	32	27	16	5	0

2. **a.** On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 6].
   $f'(t) = 3t^2 - 12(2t) + 36 = 3t^2 - 24t + 36$.

   b. Vérifions que, pour tout nombre réel t de l'intervalle [0 ; 6], on a : $f'(t) = (t-6)(3t-6)$.
   $(t-6)(3t-6) = 3t^2 - 6t - 18t + 36 = 3t^2 - 24t + 36 = f'(t)$

   c. Résolvons l'équation $f'(t) = 0$ sur l'intervalle [0 ; 6].
   Résolvons $(t-6)(3t-6) = 0$
   Pour qu'un produit de facteurs soit nul, il faut et il suffit que l'un au moins des facteurs le soit.
   $t - 6 = 0$ ou $3t - 6 = 0$ $\qquad t = 6$ ou $t = 2$
   Les solutions de l'équation $f'(t) = 0$ sont 6 ou 2.

3. **a.** Étudions le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 6].
   Sur $\mathbb{R}$, $t - 2 > 0 \iff t > 2$, $\quad t - 6 < 0 \iff t < 6$
   Par conséquent sur [0 ; 6], le signe de $f'(t)$ est le signe de $-(t-2)$.
   Si $t \in [0\,;\,2[$, $f'(t) > 0$ et si $t \in]2\,;\,6[$, $f'(t) < 0$

   b. Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. Sur $[0\,;\,2[$, $f'(t) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I. Sur $]2\,;\,6[$, $f'(t) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Dressons maintenant le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 6].

t	0		2		6
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0
Variations de f	0	$\nearrow$	32	$\searrow$	0

La fonction admet un maximum en 2 et celui-ci vaut 32, par conséquent la concentration maximale du produit actif dans le sang du malade est 32 mg.L^{-1}.

ANNEXE
à remettre avec la copie

EXERCICE 3