Durée : 2 heures

Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole 16 juin 2016

EXERCICE 1 **(7 points)**

L'embolie pulmonaire correspond à l'obstruction d'une artère pulmonaire par un caillot circulant dans le sang.
Un test sanguin fondé sur le dosage de certaines molécules, les D-dimères, permet d'éclairer le diagnostic lorsqu'une embolie pulmonaire est suspectée.
Pour étudier l'efficacité de ce test sanguin, on a réalisé une étude sur un groupe de 1 000 patients dont il ressort que :

- 364 patients ont un test sanguin négatif et, parmi eux, 4 sont néanmoins atteints d'une embolie pulmonaire.
- 800 patients ne sont pas atteints d'une embolie pulmonaire.

1. Le tableau est complété sur celui donné en **annexe 1 page 6/7 (à remettre avec la copie)**.
2. On choisit le dossier médical d'un patient au hasard parmi les 1 000 patients ayant été testés.
   Chaque dossier a la même probabilité d'être choisi.
   On considère les évènements suivants :
   T : « Le test sanguin du patient est positif » et $\overline{T}$ son évènement contraire ;
   M : « Le patient est atteint d'une embolie pulmonaire » et $\overline{M}$ son évènement contraire.
   La loi mise sur cet univers, l'ensemble des patients, est l'équiprobabilité.
   La probabilité d'un évènement A est $p(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.
   a. Il y a 636 personnes ayant un test positif donc la probabilité que le test sanguin du patient soit positif est $\dfrac{636}{1\,000} = 0{,}636$.
   b. $P(M) = 0{,}2$ et $P_M(T) = \dfrac{196}{200} = 0{,}98$.
   c. $M \cap T$ est l'évènement : « le patient est atteint d'une embolie pulmonaire et son test est positif ». Il y a 196 personnes atteintes d'embolie pulmonaire ayant un test positif par conséquent sa probabilité est $0,196$.
3. On donne les définitions suivantes :

	Définition
Valeur prédictive positive	Probabilité d'avoir une embolie pulmonaire sachant que le test sanguin est positif.
Valeur prédictive négative	Probabilité de ne pas avoir une embolie pulmonaire sachant que le test sanguin est négatif.

   a. $P_T(M) = \dfrac{p(M \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0{,}196}{0{,}636} \approx 0,308$.
   Le résultat signifie que, parmi ceux ayant un test positif, 30,8 % sont atteint d'embolie pulmonaire.
   b. La valeur prédictive négative de ce test sanguin est $p_{\overline{T}}\left(\overline{M}\right)$.
   $p_{\overline{T}}\left(\overline{M}\right) = \dfrac{360}{364} \approx 0,989$.
   c. En examinant les deux résultats précédents, ce test sanguin pour le diagnostic de l'embolie pulmonaire n'est pas utile car seulement 30,8 % des personnes ayant un test positif sont malades et 1,1 % des ceux qui ont un test négatif sont pourtant malades.

EXERCICE 2 **(8 points)**

On étudie la durée d'allaitement maternel d'un groupe de 1 000 nourrissons nés le même jour. À la fin de chaque semaine après la naissance, on compte le nombre de nourrissons encore allaités maternellement.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne semaine après semaine le nombre de nourrissons encore allaités maternellement.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre de semaines depuis la naissance	1	2	3	4	5	6	7	8
2	Nombre de nourrissons encore allaités maternellement	595	572	551	534	505	485	472	453
3	Pourcentage d'évolution		$-3,9\,\%$						

1. Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{551-572}{572} \approx -0,0367$.
   Le pourcentage d'évolution, arrondi à $0,1\,\%$, entre la deuxième et la troisième semaine, du nombre de nourrissons encore allaités maternellement est $-3,7\,\%$.
2. *Les cellules C3 à I3 sont au format pourcentage arrondi à* $0,1\,\%$.
   Une formule à saisir dans la cellule C3 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer le pourcentage d'évolution entre deux semaines consécutives du nombre de nourrissons allaités maternellement est =(C$2−B$2)/B$2.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par :

$$f(x) = 620 \times 0,96^x.$$

1. On admettra que la fonction f a les mêmes variations que la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par $g(x) = 0,96^x$.
   Nous savons que si $0 < a < 1$ la fonction qui à x associe a^x est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$. Ici $a = 0,96$, c'est-à-dire un nombre strictement inférieur à 1 par conséquent la fonction $x \longmapsto 0,96^x$ est une fonction strictement décroissante sur $[0 ; 100]$.
   Il en résulte que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0 ; 100]$.
2. Le tableau de valeurs, correspondant à la fonction f est complétée dans **l'annexe 3 donné page 7/7 (à remettre avec la copie)**. *Les résultats sont arrondis à l'unité.*
3. La représentation graphique de la fonction f est tracée dans le repère fourni dans **l'annexe 3 page 7/7**.
4. **a.** Résolvons graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 250$. Nous traçons la droite d'équation $y = 250$ et lisons l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec la courbe. Avec la précision permise par le graphique nous lisons environ 2,2. Par conséquent l'ensemble des solutions de l'inéquation est l'intervalle $]2,2 ; 100]$.
   b. Retrouvons le résultat précédent par le calcul. Pour ce faire, résolvons $620 \times 0,96^x \leqslant$

250

$$\begin{aligned}620\times 0{,}96^x &\leqslant 250\\ 0{,}96^x &\leqslant \frac{250}{620}\\ \log 0{,}96^x &\leqslant \log\frac{25}{62}\\ x\log 0{,}96 &\leqslant \log\frac{25}{62}\\ x &\geqslant \frac{\log\frac{25}{62}}{\log 0{,}96} \qquad\qquad \text{car } \log 0{,}96<0\end{aligned}$$

En appelant α ce nombre $\dfrac{\log\frac{25}{62}}{\log 0{,}96}$, $\alpha \approx 22{,}2492$. L'ensemble solution de l'inéquation est $[\alpha~;~100]$.

c. On modélise, à l'aide de la fonction f, le nombre de nourrissons allaités maternellement. Ainsi, $f(x)$ donne une estimation du nombre de nourrissons encore allaités maternellement, x semaines après leur naissance.

Selon ce modèle, le nombre de semaines à partir duquel moins d'un quart des nourrissons seront encore allaités maternellement est d'environ 23 semaines.

Partie C

Dans cette partie, on modélise, à l'aide d'une suite géométrique, le nombre de nourrissons allaités maternellement. On suppose que ce nombre diminue de 4 % chaque semaine.
Pour tout entier n strictement positif, on note U_n une estimation du nombre de nourrissons encore allaités maternellement n semaines après leur naissance.
Ainsi $U_1 = 595$.

1. À un taux d'évolution de $-0{,}04$ correspond un coefficient multiplicateur de $1-0{,}04$ soit 0,96. Passant d'un terme au suivant en multipliant par ce même nombre, la raison de la suite géométrique (U_n) est 0,96.
2. Le terme général d'une suite géométrique de raison q et de premier terme u_1 est $u_n = u_1 q^{n-1}$

   Pour tout entier $n \geqslant 1$, $U_n = 595 \times (0{,}96)^{n-1}$.
3. Selon ce modèle, une estimation du nombre de nourrissons encore allaités maternellement 24 semaines (soit environ 6 mois) après leur naissance est u_{24}. $u_{24} = 595 \times (0{,}96)^{23} \approx 233$ à l'unité près. Une estimation du nombre de nourrissons allaités maternellement 24 semaines après la naissance est d'environ 233.

EXERCICE 3 (5 points) ***Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).*** *Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.*
Le candidat complétera le tableau de réponses fourni en ***annexe*** *2* ***page 6/7 (à remettre avec la copie)****, en précisant la lettre de la réponse choisie pour chaque question.*
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Dans chaque partie, les questions peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le tableau ci-dessous donne, pour chacune des années de 2007 à 2014, la proportion de Finlandais âgés de 25 à 64 ans qui ont terminé au moins le second cycle du secondaire.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7
Proportion (en %) de Finlandais âgés de 25 à 64 ans ayant terminé au moins le second cycle du secondaire (y_i)	80,5	81,1	82	83	83,7	84,8	85,9	86,5

(Source : Eurostat)

On considère le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal.

1. Le point moyen, G, de ce nuage de points a pour coordonnées, arrondies au dixième :

a. (4 ; 95,4)	**b.** (4 ; 83,4)	**c.** (3,5 ; 83,4)	**d.** (3,5 ; 95,4)

Le point moyen est le point de coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$, $\overline{x} = \frac{8\times(0+7)}{2\times8} = 3{,}5$.

La moyenne étant une valeur comprise entre la plus grande et la plus petite la réponse d ne convient pas donc réponse c

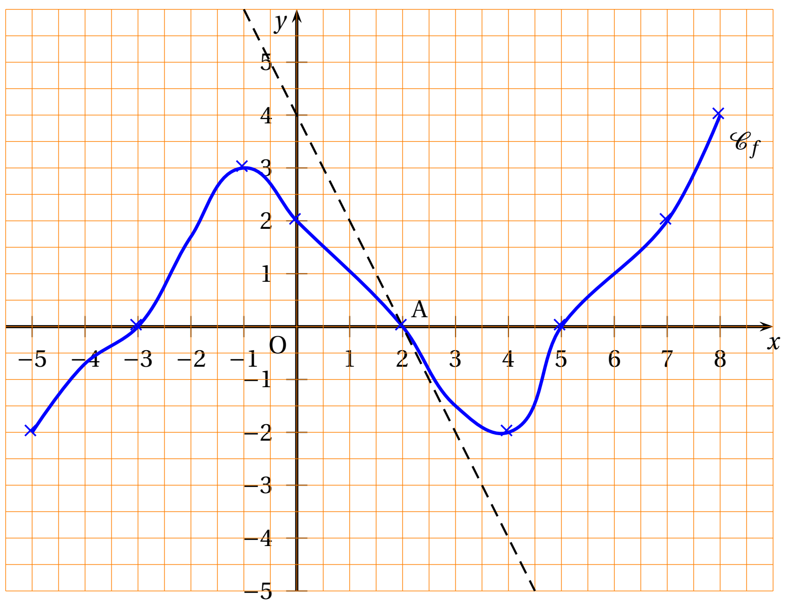
2. On admet que la droite (Δ) d'équation $y = 0,89x + 80,3$ réalise un bon ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement reste valable jusqu'en 2025.
Selon cet ajustement, on peut estimer que la proportion de Finlandais âgés de 25 à 64 ans ayant terminé au moins le second cycle du secondaire sera en 2020 de :

a. $90,98\,\%$	**b.** $98,1\,\%$	**c.** $92,76\,\%$	**d.** $91,87\,\%$

en 2020 $n = 13$ $y = 0{,}89 \times 13 + 80{,}3 = 91{,}87$ réponse d

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5\ ;\ 8]$ dont la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donné dans le repère orthonormal ci-dessous.La droite(T) est tangente à la courbe au point A d'abscisse 2.



1. Le nombre dérivé de la fonction f en 2 est égal à :

a. -2	**b.** 0	**c.** -4	**d.** 4

$f'(2) = \dfrac{4-0}{0-2} = -2$, réponse a

2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f. On a

a. f' positive sur $[-3~;~2]$	**b.** f' négative sur $[2~;~5]$
c. f' négative sur $[-1~;~4]$	**d.** f' positive sur $[-1~;~2]$

f est strictement décroissante sur $[-1~;~4]$ par conséquent la dérivée est négative sur cet intervalle, réponse c

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ est :

a. $[0~;~4]$	**b.** $[-3~;~2] \cup [5~;~8]$
c. $[0~;~8]$	**d.** $[-5~;~-1] \cup [4~;~8]$

La courbe est située au dessus de l'axe des abscisses sur $[-3~;~2] \cup [5~;~8]$, réponse b

Annexe à remettre avec la copie

Annexe 1 (Exercice 1)

	Patient atteint d'une embolie pulmonaire	Patient non atteint d'une embolie pulmonaire	Total
Test positif	196	440	636
Test négatif	4	360	364
Total	200	800	1 000

Annexe 2 (Exercice 3)

Recopier la lettre de la réponse choisie pour chaque question.

Partie A :

Question	1	2
Réponse	C	D

Partie B :

Question	1	2	3
Réponse	A	C	B

annexe à remettre avec la copie

Annexe 3 (EXERCICE 2)

Valeurs approchées, arrondies à l'unité

x	0	5	10	20	30	40	60	80	100
$f(x) = 620 \times 0,96^x$	620	506	412	274	182	121	54	24	10