Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole–La Réunion 8 septembre 2016

une calculatrice est autorisée

EXERCICE 1 — 6 points

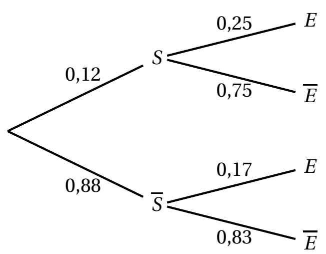
Les périodes hivernales sont propices au développement de deux maladies : la gastro-entérite et la grippe saisonnière.
Dans un lycée, le personnel de santé chargé du suivi médical des élèves a effectué un recensement dont il ressort que :

- 12 % des élèves du lycée ont contracté la grippe saisonnière durant l'hiver 2015-2016 ;
- parmi ces élèves, 25 % ont aussi contracté une gastro-entérite ;
- parmi les élèves n'ayant pas contracté la grippe saisonnière durant l'hiver 2015-2016, 17 % ont néanmoins contracté une gastro-entérite.

On choisit au hasard la fiche de suivi médical d'un élève de ce lycée, chaque fiche ayant la même probabilité d'être choisie.
On considère les événements suivants :

- S : « l'élève a contracté la grippe saisonnière durant l'hiver 2015-2016 » et $\overline{S}$, son événement contraire ;
- E : « l'élève a contracté une gastro-entérite durant l'hiver 2015-2016 » et $\overline{E}$, son événement contraire.

On donne l'arbre de probabilité suivant, partiellement complété, qui pourra être utilisé dans tout l'exercice. (Il n'est pas demandé de le reproduire sur la copie).



Les deux parties suivantes peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : Questionnaire à choix multiples (QCM)

Pour chacune des quatre questions, une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Pour chaque question. il est compté un point si la réponse est exacte, zéro sinon.
Aucune justification n'est demandée.

1. L'événement $S \cap E$ correspond à :

~~A. « L'élève a contracté une gastro-entérite, sachant qu'il avait eu une grippe saisonnière. »~~	B. « L'élève a contracté une grippe saisonnière et une gastro-entérite ».	~~C. « l'élève a contracté une gastro-entérite ou une grippe saisonnière. »~~

2. La probabilité de l'événement $S \cap E$ est :

~~A. 25 %~~	B. 3 %	~~C. 37 %~~

$p(S \cap E) = 0,12 \times 0,25$.

3. La probabilité que l'élève ait eu une gastro-entérite durant l'hiver 2015-2016 est :

~~A. 42 %~~	~~B. 3 %~~	C. 17,96 %

$p(E) = p(S) \times p_S(E) + p_{\overline{S}}(E) = 0,03 + 0,88 \times 0,17 = 0,1796$

4. Sachant que l'élève a eu une gastro-entérite au cours de l'hiver 2015-2016, la probabilité qu'il ait eu la grippe saisonnière est :

A. environ 16,7 %	~~B. environ 66,8 %~~	~~C. 3 %~~

$p_E(S) = \frac{p(S \cap E)}{p(E)} = \frac{0,03}{0,1796} \approx 0,1670$.

Partie B : *Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Sachant que le lycée compte 950 élèves, déterminons, le nombre d'élèves du lycée qui ont traversé l'hiver 2015-2016 sans être infectés par aucune des deux maladies (grippe saisonnière et gastro-entérite). On arrondira le résultat à l'unité.

L'événement contraire de : « l'élève n'a été infecté ni par la grippe saisonnière ni par la gastro-entérite » est l'évènement : « l'élève a été infecté par au moins une des deux ». Cet événement est noté $S \cup E$.

$p(S \cup E) = p(S) + p(E) - p(S \cap E) = 0{,}12 + 0{,}1796 - 0{,}03 = 0{,}2696$.

$p\left(\overline{S \cup E}\right) = 1 - p(S \cup E) = 1 - 0{,}2696 = 0{,}7304$.

Le nombre d'élèves n'ayant été infectés par aucune des deux maladies est donc : $950 \times 0{,}7304 \approx 694$.

EXERCICE 2 **7 points**

Le service d'urgence d'un hôpital reçoit un patient infecté par une bactérie très virulente. Des prélèvements sanguins sont régulièrement effectués afin de suivre l'évolution du nombre de bactéries en fonction du temps.

Tous les prélèvements réalisés ont le même volume.

Dans le premier prélèvement effectué au moment de l'admission du patient, on dénombre 19 000 bactéries. La situation évoluant très rapidement, on administre au bout de trois heures un puissant antibiotique dont l'effet est immédiat.

Dans toute cette étude, on note t, le temps (exprimé en heures) écoulé depuis le premier prélèvement.

Soit f la fonction définie pour tout réel $t \in [0 ; 12]$, par

$$f(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 190.$$

On considère que cette fonction permet de modéliser, en fonction du temps. le nombre de bactéries (en centaines) présentes dans le prélèvement effectué sur le patient à l'instant t.

Ainsi $f(3)$ est le nombre de centaines de bactéries présentes dans le prélèvement sanguin effectué au bout de 3 heures après l'admission du patient à l'hôpital.

Partie A : Étude de la fonction f

1. Calculons $f(0)$,$f(7)$, $f(12)$.

   $f(0) = 190$; $f(7) = -7^3 + 9 \times 7^2 + 21 \times 7 + 190 = 435$; $f(12) = 10$.

2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculons $f'(t)$ pour tout réel $t \in [0 ; 12]$.

   $$f'(t) = -3t^2 + 9 \times (2t) + 21 = -3t^2 + 18t + 21.$$

   On admettra pour la suite de cette partie que la dérivée peut s'écrire sous la forme :

   $$f'(t) = -3(t+1)(t-7).$$

3. Nous avons complété le tableau figurant en **annexe 1 page 5/6 (à remettre avec la copie)**, qui donne le signe de la dérivée f' et les variations de f.

4. Calculons $f'(10)$.

   $f'(10) = -3 \times 10^2 + 18 \times 10 + 21 = -99$.

Partie B : Application

On donne en **annexe 2 page 5/6 (à remettre avec la copie)** une représentation graphique de la fonction f.

1. Par lecture graphique, déterminons le nombre de bactéries dans le prélèvement effectué trois heures après l'admission du patient à l'hôpital. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 3. Nous trouvons environ 308.

   Le nombre de bactéries dans le prélèvement trois heures après, est d'environ 30 800.

2. Comment se traduit graphiquement l'effet de l'antibiotique, à partir du moment où il est administré ?

Puisque la courbe croît pendant encore quatre heures, l'antibiotique n'a guère d'effets pendant quatre heures avant d'avoir un effet permettant une décroissance rapide.

3. La situation d'un patient est critique, lorsque le nombre de bactéries dans un prélèvement atteint 50 000.

Le patient étudié ne risque pas d'être en situation critique au cours des 12 premières heures suivant son admission à l'hôpital puisque le maximum atteint par la fonction est 435 au bout de 7 heures. Il y aura au maximum 43 500 bactéries dans le prélèvement, nombre inférieur au seuil critique.

4. La vitesse de croissance du nombre de bactéries à l'instant t est donnée par $f'(t)$ qui est le nombre dérivé de la fonction f en t.

Déterminons la vitesse de croissance du nombre de bactéries pour $t = 10$ heures, c'est-à-dire 10 heures après la prise en charge du patient par l'hôpital. Nous avons calculé à la fin de la **partie A** $f'(10)$.

La vitesse de croissance du nombre de bactéries pour $t = 10$ heures est de -99.

EXERCICE 3 — 7 points

La contraception d'urgence est une méthode contraceptive d'exception destinée à réduire les possibilités de grossesses non désirées.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution des ventes de boîtes de contraception d'urgence.

Année	2003	2005	2007	2009	2011
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Nombre de boîtes de contraception d'urgence vendues en France (en millions) : y_i	0,81	1,04	1,18	1,26	1,28

Source : DREES/ CRIPS

1. Sur le graphique donné en **annexe 3 page 6/6 (à remettre avec la copie)**, nous avons représenté le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$.

2. Calculons les coordonnées du point moyen du nuage G. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

$$\overline{x}_G = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3 \quad \overline{y}_G = \frac{0{,}81+1{,}04+1{,}18+1{,}26+1{,}28}{5} = 1{,}114$$

Le point G (3 ; 1,114) est placé dans le repère précédent.

3. On admet que la droite (d) d'équation $y = 0,116x + 0,766$ constitue un bon ajustement de la série étudiée.

a. Le point G appartient à la droite (d) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 3 c'est-à-dire celle de G.

$y = 0{,}116 \times 3 + 0{,}766 = 1{,}114$.

Cette ordonnée étant celle de G par conséquent G appartient à (d).

b. La droite (d) est tracée dans le repère.

4. On admet que l'ajustement réalisé par la droite (d) reste valable jusqu'en 2017.

Déterminons, selon ce modèle, une estimation du nombre de boîtes de contraception d'urgence vendues en France en 2017 . En 2017, le rang de l'année est 8. Remplaçons x par 8 dans l'équation de la droite. $y = 0{,}116 \times 8 + 1{,}114 = 1{,}694$.

Une estimation du nombre de boîtes de contraception d'urgence vendues en France en 2017 est d'environ 1 694 000 boîtes.

Graphiquement, nous lisons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 8 soit environ 1,69.

Partie B

Un laboratoire pharmaceutique français commercialise sous sa marque des boîtes de contraception d'urgence. Il organise chaque année un sondage pour déterminer la part de la population française connaissant sa marque.

Les résultats obtenus ont été placés dans une feuille de calcul automatisée.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
2	Rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Part exprimée en % de la population connaissant la marque	9	11	13	16	20	24	29	35	41	49
4	Taux d'évolution entre deux années consécutives (en%)		22,22	18,18	23,08	25,00	20,00	20,83	20,69	17,14	

1. Les cellules de la ligne 4, de C4 à K4, sont au format pourcentage.

a. Une formule qui, saisie dans la cellule C4 et recopiée vers la droite, permet de compléter la ligne 4 est =(C$3 − B$3)/B$3.

b. La valeur qui devrait alors s'afficher dans la cellule K4 est 19,51 car $\dfrac{49-41}{41} \approx 19{,}51$.

2. Les responsables du laboratoire pharmaceutique observent que la part de la population française qui connaît sa marque progresse d'environ 20 % par an. Ils décident de modéliser cette évolution par une suite géométrique (u_n).

On note u_n une estimation de la part (exprimée en %) de la population française qui connaît la marque du contraceptif d'urgence à l'année $(2005+n)$.

Ainsi le premier terme de la suite (u_n) est donné par $u_0 = 9$.

a. À un taux d'évolution de 20 % correspond un coefficient multiplicateur de $1+0{,}2$ c'est-à-dire de 1,2. La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 9$ et de raison est égale à 1.2, nombre par lequel nous multiplions un terme de la suite pour obtenir le terme suivant.
Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.
Il en résulte $u_n = 9 \times (1{,}2)^n$

b. Calculons u_{10}.
$u_{10} = 9 \times 1{,}2^{10} \approx 55{,}73$. Nous pouvons donc estimer qu'en 2015, 55,73 % de la population connaissait la marque du laboratoire pharmaceutique.

c. Résolvons l'inéquation $9 \times 1{,}2^x \geqslant 75$.
$9 \times 1{,}2^x \geqslant 75 \quad 1{,}2^x \geqslant \dfrac{25}{3} \quad x \log 1{,}2 \geqslant \log\left(\frac{25}{3}\right) \quad x \geqslant \dfrac{\log\left(\frac{25}{3}\right)}{\log 1{,}2}$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $\left[\dfrac{\log\left(\frac{25}{3}\right)}{\log 1{,}2}\ ;\ +\infty\right[$. or $\dfrac{\log\left(\frac{25}{3}\right)}{\log 1{,}2} \approx 11{,}63$.

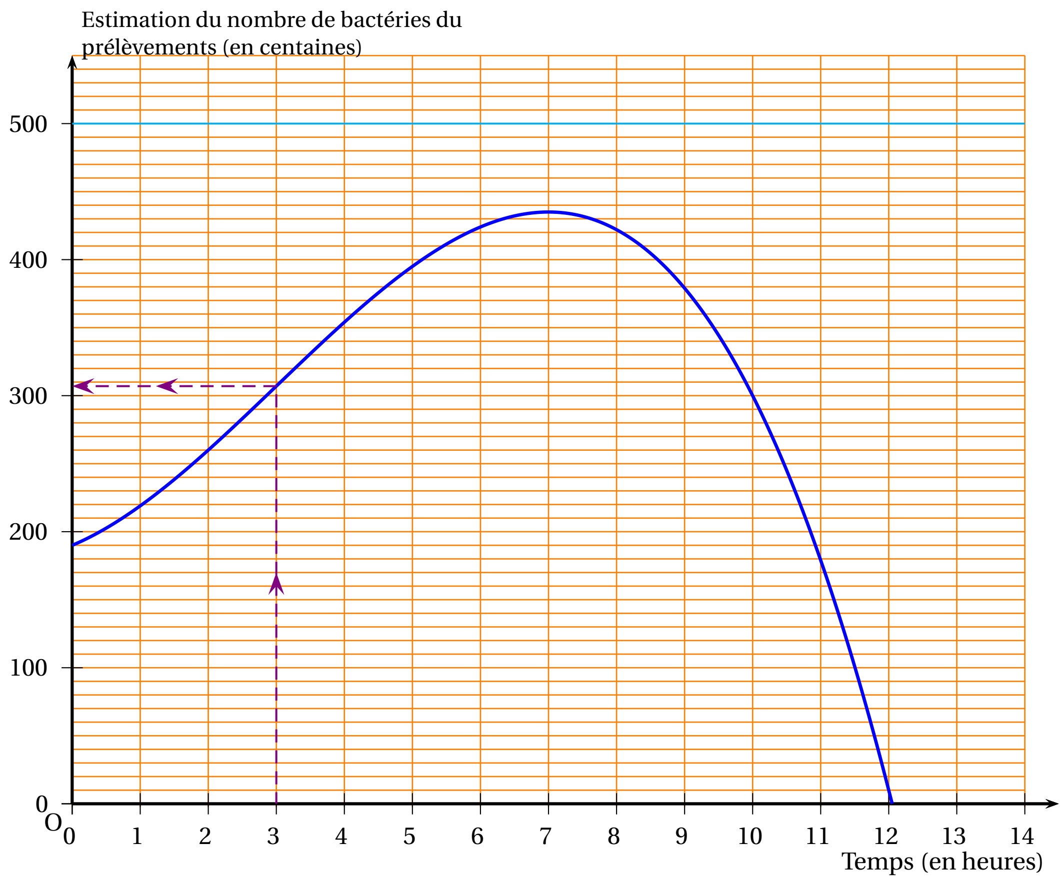
d. Le laboratoire peut estimer qu'à partir de 2017 (2005+12) 75 % de la population française connaîtra sa marque.

Annexes à remettre avec la copie

Annexe 1 : EXERCICE 2 - Partie A - Question 3

t	0		7		12
Signe de -3		$-$		$-$	
Signe de $(t+1)$		$+$		$+$	
Signe de $(t-7)$		$-$	0	$+$	
Signe de $f'(t) = -3(t+1)(t-7)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	190	↗	435	↘	10

Annexe 2 : EXERCICE 2 - Partie B



Annexe à remettre avec la copie

Annexe 3 : - EXERCICE 3 - Partie A