Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole–La Réunion 7 septembre 2017

EXERCICE 1 **7 points**

La Caisse Nationale des Allocations Familiales (CNAF) établit des statistiques portant sur les dossiers des foyers allocataires de prestations familiales.
Le tableau ci-dessous présente la répartition des dossiers des foyers allocataires selon le nombre d'enfants au sein du foyer et le lieu de résidence en 2014 :

Nombre de foyers allocataires (en milliers) / Nombre d'enfants	habitant en métropole	habitant dans les départements d'outre-mer	Total
1 enfant	1 944	145	2 089
2 enfants	6 255	211	6 466
3 enfants	3 263	124	3 387
4 enfants	996	58	1 054
5 enfants ou plus	461	62	523
Total	12 919	600	13 519

(Source : CNAF fichier FILEAS)

On choisit au hasard et de manière équiprobable le dossier d'un foyer allocataire. On considère les évènements suivants :

M : « Le dossier choisi est celui d'un foyer allocataire habitant en métropole » ;

E : « Le dossier choisi est celui d'un foyer allocataire avec 5 enfants ou plus ».

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

1. a. Calculons la probabilité de choisir le dossier d'un foyer allocataire habitant en métropole.
L'univers est l'ensemble des dossiers d'un foyer allocataire. La loi mise sur cet univers est l'équiprobabilité.
La probabilité d'un événement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$
Le nombre d'éléments de l'univers est 13 519.
Il y a 12 919 dossiers de foyers allocataires habitant la métropole $p(M) = \dfrac{12919}{13519} \approx 0{,}956$

   b. Calculons la probabilité de l'évènement E. Il y a 523 dossiers de foyers allocataires avec cinq enfants ou plus.
$p(E) = \dfrac{523}{13519} \approx 0{,}039$

   c. $\overline{E}$ est l'évènement : « le dossier choisi est celui d'un foyer allocataire avec un enfant et au plus quatre ».
Calculons sa probabilité. $p(\overline{E}) = 1 - p(E) = 1 - 0{,}039 = 0{,}961$.

2. a. $M \cap E$ est l'évènement : « le dossier choisi est celui d'un foyer allocataire habitant en métropole et ayant cinq enfants ou plus ».
Calculons sa probabilité. Il y a 461 foyers répondant à ce critère d'où $p(E \cap M) = \dfrac{461}{13519} \approx 0{,}034$.

   b. La probabilité de choisir le dossier d'un foyer allocataire habitant dans les départements d'outre-mer et ayant 5 enfants ou plus est notée $p\left(\overline{M} \cap E\right)$. $p\left(\overline{M} \cap E\right) = \dfrac{62}{13519} \approx 0{,}005$

3. a. $P_M(E) = \dfrac{p(M \cap E)}{p(M)} = \dfrac{0{,}034}{0{,}956} \approx 0{,}036$.

b. La probabilité de choisir le dossier d'un foyer allocataire ayant 5 enfants ou plus sachant que le dossier est celui d'un foyer allocataire habitant dans les départements d'outre-mer est notée $p_{\overline{M}}(E)$.

$p_{\overline{M}}(E) = \dfrac{p\left(\overline{M} \cap E\right)}{p\left(\overline{M}\right)} = \dfrac{0{,}005}{1 - 0{,}956} \approx 0{,}114$

4. La probabilité de choisir le dossier d'un foyer allocataire avec 5 enfants ou plus est plus importante parmi ceux des départements d'outre-mer car $p_{\overline{M}}(E) > p_M(E)$.

EXERCICE 2 — 5 points

Le tableau ci-dessous indique le nombre total de mariages enregistrés en France entre 2001 et 2014.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de mariages (en milliers) : y_i	297	286	283	279	282	273	273

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang de l'année : x_i	8	9	10	11	12	13	14
Nombre de mariages (en milliers) : y_i	264	251	252	238	245	239	241

(*source : d'après INSEE*)

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à ce tableau est représenté dans le graphique donné en **annexe (à rendre avec la copie)**.

1. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$

$$\overline{x}_G = \dfrac{1+2+\cdots+13+14}{14} = 7{,}5\ ; \qquad \overline{y}_G = \dfrac{297+286+\cdots+239+241}{14} = 264{,}5$$

G (7,5 ; 264,5) est placé sur le graphique.

On considère les points A(1 ; 297) et B(10 ; 252). On modélise le nombre de mariages par an en France, compté en milliers, par la droite d'ajustement (AB).

2. Écrivons l'équation réduite de la droite (AB).
La droite est non parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme $y = mx + p$.
$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $m = \dfrac{252-297}{10-1} = -5$. La droite passe par A : $297 = -5 \times 1 + p$ d'où $p = 297 + 5 = 302$.
Une équation de (AB) est : $y = -5x + 302$.
3. Le point G appartient à la droite (AB) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. Calculons l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 7,5.
$y = -5 \times 7{,}5 + 302 = 264{,}5$.
Cette valeur étant celle de l'ordonnée de G, il en résulte que G appartient à (AB).
4. La droite (AB) est tracée dans le repère de l'**annexe**.
5. On suppose que le modèle reste valable jusqu'en 2025.
   a. Donnons une estimation du nombre de mariages en 2017. En 2017, $x = 17$, en remplaçant x par 17 dans l'équation de la droite, nous obtenons $y = -5 \times 17 + 302 = 217$.
   Une estimation du nombre de mariages en 2017, selon ce modèle, est d'environ 217 000.
   b. Déterminons l'année à partir de laquelle le nombre de mariages en France sera inférieur à 200 000. Pour ce faire, résolvons $-5x + 302 \leqslant 200$.
   $-5x + 302 \leqslant 200 \quad -5x \leqslant -102 \quad 5x \geqslant 102 \quad x \geqslant 20{,}4$. À 21 correspond l'année 2021.
   L'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le nombre de mariages en France sera inférieur à 200 000 est 2021.

EXERCICE 3 — 8 points

Partie A

On étudie dans cette partie l'évolution du montant annuel des dépenses consacrées en France aux soins hospitaliers entre 2009 et 2014.
Ce montant est donné dans le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014
2	Montant des dépenses (en milliards d'euros)	78,3		82,4	84,5	86,6	88,6
3	Pourcentage annuel d'évolution		2,4 %	2,7 %	2,5 %		

(*Source : INSEE*)

1. Calculons le taux d'évolution, arrondi à 0,1 %, du montant des dépenses, entre l'année 2012 et l'année 2013. Le taux est défini par $\frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.
   $t = \dfrac{88{,}6 - 86{,}6}{86{,}6} \approx 0{,}023\,09$
   Le taux d'évolution, arrondi à 0,1 %, du montant des dépenses entre l'année 2012 et l'année 2013 est d'environ 2,3 %.
2. Déterminons le montant des dépenses en 2010.
   À un taux d'évolution de 2,4 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,024. En 2010 nous avons donc $78{,}3 \times 1{,}024 = 80{,}179\,2$.
   Le montant des dépenses en 2010 est d'environ 80,2 milliards d'euros.
3. *Les cellules C3 à G3 sont au format pourcentage arrondi à* $0,1$ *%.*
   Une formule à saisir dans la cellule C3 qui, recopiée vers la droite, permet de calculer, dans la plage de cellules C3 : G3, le pourcentage d'évolution entre deux années consécutives du montant des dépenses est =(C$2 − B$2)/B$2.

Partie B

Dans cette partie, on modélise le montant des dépenses consacrées aux soins hospitaliers à l'aide d'une suite numérique. Pour tout entier naturel n, on note u_n l'estimation du montant des dépenses, en milliards d'euros, pour l'année $(2014+n)$. Ainsi $u_0 = 88,6$.

On suppose que ces dépenses augmenteront de 2,5 % par an après 2014.

1. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,025, coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 2,5 %.
2. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.
   $u_n = 88{,}6 \times (1{,}025)^n$.
3. $u_6 = 88{,}6 \times (1{,}025)^6 \approx 102{,}7$,(*le résultat est arrondi au dixième*). La valeur de u_6 dans le contexte de l'exercice est le montant en milliards des dépenses consacrées aux soins hospitaliers en 2020.
4. Résolvons dans l'ensemble des nombres réels l'inéquation : $88,6 \times 1{,}025^x \geqslant 120$.

$$\begin{aligned} 88,6 \times 1{,}025^x &\geqslant 120 \\ 1{,}025^x &\geqslant \frac{120}{88,6} \\ 1{,}025^x &\geqslant \frac{60}{44,3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log 1{,}025^x &\geqslant \log\left(\frac{60}{44,3}\right) \\ x \log 1{,}025 &\geqslant \log\left(\frac{60}{44,3}\right) \\ x &\geqslant \frac{\log\left(\frac{60}{44,3}\right)}{\log 1{,}025} \end{aligned}$$

   $\dfrac{\log\left(\frac{60}{44{,}3}\right)}{\log 1{,}025} \approx 12{,}285$

   L'ensemble des solutions de l'inéquation est $\left[\dfrac{\log\left(\frac{60}{44{,}3}\right)}{\log 1{,}025}\ ;\ +\infty\right[$ ou $[12{,}285\ ;\ +\infty[$

5. Pour déterminer l'année pour laquelle la modélisation prévoit que les dépenses pour les soins hospitaliers dépasseront 120 milliards d'euros résolvons $u_n \geqslant 120$.
   D'après la question précédente, nous trouvons $n = 13$. En 2014+13 soit 2027 les dépenses dépasseront, selon ce modèle, 120 milliards d'euros.

ANNEXE de l'EXERCICE 2
(À rendre avec la copie)