Durée : 2 heures

Corrigé du baccalauréat ST2S Métropole – La Réunion 7 septembre 2015

EXERCICE 1 **8 points**

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A

Depuis 1997, le Conseil européen a adopté une directive concernant l'évaluation et la gestion de la qualité de l'air ambiant en agglomération. Pour cela, on calcule la moyenne annuelle des concentrations en particules fines en suspension dans l'air, à partir de mesures effectuées régulièrement.
Le tableau ci-dessous indique les concentrations annuelles moyennes en particules fines dans les grandes agglomérations belges, exprimées en micro grammes par mètre cube d'air $(\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3})$.

Année	2001	2002	203	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Concentration annuelle moyenne $(\text{en } \mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3})$ en particules fines : y_i	40	35	34	33	34	33	35

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	8	9	10	11	12	13
Concentration annuelle moyenne $(\text{en } \mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3})$ en particules fines : y_i	31	30	31	26	26	28

(source : *modifié d'après Eurostat*)

Afin d'effectuer des prévisions pour les années futures, les services sanitaires décident de conduire une étude statistique de ces données.

Dans l'annexe 1 à remettre avec la copie, on a représenté dans un repère orthogonal du plan le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à ce tableau.

1. Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Les coordonnées de G sont $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$.

$$\overline{x_G} = \frac{1+2+\cdots+12+13}{13} = 7 \quad \overline{y_G} = \frac{40+35+\cdots+26+28}{13} = 32$$

G (7 ; 32) est placé dans le repère précédent.

2. **a.** On donne le point A(11 ; 28).
Écrivons l'équation réduite de la droite (AG). La droite n'étant pas parallèle à l'axe des ordonnées, son équation est de la forme $y = mx + p$ où $m = \dfrac{y_\text{G} - y_\text{A}}{x_\text{G} - x_\text{A}}$.
$m = \dfrac{32-28}{7-11} = -1$. Elle passe par A donc $28 = -11 + p$ par conséquent $p = 39$.
(AG) a bien pour équation $y = -x + 39$.
La droite (AG) est tracée sur le graphique donné en annexe 1.

b. En supposant que la droite (AG) réalise un ajustement affine du nuage valide jusqu'en 2020, donnons une estimation de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans l'air des grandes agglomérations belges pour l'année 2015.
Le rang de l'année est 15. En remplaçant x par 15 dans l'équation de la droite nous obtenons $y = -15 + 39 = 24$
Une estimation de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans l'air des grandes agglomérations belges pour l'année 2015 est de 24 $\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$

Partie B

Ces particules fines peuvent pénétrer profondément dans les poumons et y occasionner des inflammations et une détérioration de la santé des personnes souffrant de maladies pulmonaires ou cardiaques. Par précaution, le Conseil européen a fixé à 40 microgrammes par mètre cube la valeur limite maximale de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans l'air.
Afin de respecter cette norme, on a calculé les concentrations annuelles moyennes dans l'air en particules fines dans les grandes agglomérations bulgares :

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Concentration annuelle moyenne $\left(\text{en } \mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}\right)$ en particules fines : y_i	57	53	55	60	53

(source : *modifié d'après Eurostat*)

Les services sanitaires bulgares ont mis en place depuis 2013 une série de mesures incitatives pour réduire la concentration annuelle moyenne en particules fines. Ils souhaitent ainsi obtenir une diminution de 3 % par an de cette concentration.
Dans cette partie, les résultats sont arrondis au centième.

1. On modélise à l'aide d'une suite (u_n) la diminution souhaitée de 3 % par an de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans les grandes agglomérations bulgares.
On pose $u_0 = 53$ et, pour tout entier naturel n non nul, on désigne par u_n la concentration annuelle moyenne souhaitée pour l'année $(2013+n)$.

a. Calculons les concentrations annuelles moyennes en particules fines souhaitées pour les années 2014 et 2015.
À un taux d'évolution de $-3\,\%$ correspond un coefficient multiplicateur de $1-0{,}03$ c'est-à-dire de 0,97.
$u_1 = 53\times 0{,}97 = 51{,}41 \qquad u_2 = 51{,}41\times 0{,}97 \approx 49{,}87$.

b. La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 53$ et de raison est égale à 0,97, nombre par lequel nous multiplions un terme de la suite pour obtenir le terme suivant. Ce nombre est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 3 %.

c. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.
Il en résulte $u_n = 53\times(0{,}97)^n$

d. Selon ce modèle, calculons la concentration annuelle moyenne en particules fines souhaitée pour l'année 2019.
En 2019 nous avons $n = 6$. $u_6 = 53\times(0{,}97)^6 \approx 44{,}15$
Selon ce modèle, la concentration annuelle moyenne en particules fines souhaitée pour l'année 2019 est d'environ 44,15 $\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$

2. **a.** Résolvons l'inéquation $53\times 0{,}97^x \leqslant 40$.

$$\begin{aligned}
53\times 0{,}97^x &\leqslant 40\\
0{,}97^x &\leqslant 0{,}7547\\
\log 0{,}97^x &\leqslant \log 0{,}7547\\
x\log 0{,}97 &\leqslant \log 0{,}7547\\
x &\geqslant \frac{\log 0{,}7547}{\log 0{,}97} \qquad \text{car } \log 0{,}97 < 0
\end{aligned}$$

$$\frac{\log 0{,}7547}{\log 0{,}97} \approx 9{,}24$$

L'ensemble solution de l'inéquation est $[9{,}24\ ;\ +\infty[$

b. n étant un entier naturel, en utilisant le résultat précédent nous pouvons estimer qu'à partir de 2023 la Bulgarie pourra atteindre la valeur limite fixée par le Conseil européen.

EXERCICE 2 **6 points**

La Caisse Primaire d'Assurance Maladie (CPAM) réalise une étude sur trois des principales affections de longue durée en répertoriant les patients selon la maladie qu'ils ont contractée et selon leur sexe.
Les affections considérées sont : la leucémie lymphoïde, les anomalies de coagulation et les anomalies du tissu conjonctif. On admet qu'un patient étudié ne peut être atteint que d'une seule maladie.
L'étude porte sur 65 955 patients, dont 26 703 hommes.
On observe 28 665 patients atteints d'une leucémie lymphoïde, et parmi ceux-ci, 54 % sont des hommes. $\frac{54}{100}\times 28665 = 15479$.
Il en résulte qu'il y a alors 13 186 femmes.
Par ailleurs, 55 % des patients atteints d'anomalies de coagulation sont des femmes. Nous savons qu'il y avait 14 135 patients atteints de ces anomalies $\frac{55}{100}\times 14135 = 7774$. Il en résulte qu'il y a alors 6 361 hommes.

1. À l'aide des informations précédentes, les résultats sont portés dans les cases grisées de la feuille de calcul donnée en annexe 2. (*Les résultats sont arrondis à l'unité).*
2. On choisit au hasard un patient parmi les 65955 ayant participé à l'étude. On considère les évènements suivants :

   L : « Le patient est atteint de leucémie lymphoïde ».

   C : « Le patient est atteint d'anomalies de coagulation ».

   T : « Le patient est atteint d'anomalies du tissu conjonctif ».

   H : « Le patient est un homme », et $\overline{H}$ son évènement contraire.

   Dans la suite de cet exercice, les résultats sont arrondis au centième.

   Nous savons que le choix a lieu au hasard, par conséquent la loi mise sur l'univers, ensemble des patients, est la loi équiprobable. La probabilité d'un événement A est $p(A) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.

   a. Calculons la probabilité

   de l'évènement L; il y a 28 665 personnes atteintes de leucémie sur 65 955 patients d'où

   $p(L) = \dfrac{28665}{65955} \approx 0{,}43$

   l'évènement H; il y a 26 703 hommes sur 65 955 patients d'où

   $p(H) = \dfrac{26703}{65955} \approx 0{,}41.$

   , puis celle de .

   b. L'évènement $L \cap \overline{H}$, est l'événement : « le patient est une femme atteinte de leucémie ».

   Calculons sa probabilité.

   Il y a 13 186 femmes atteintes de leucémie sur 65 955 patients d'où $p(L \cap \overline{H}) = \dfrac{13186}{65955} \approx 0{,}20$

   c. La probabilité que le patient soit atteint de leucémie lymphoïde en sachant qu'il s'agit d'un homme est notée $p_H(L)$.

   $p_H(L) = \dfrac{p(L \cap H)}{p(H)} = \dfrac{15479}{26703} \approx 0{,}58$

   d. Parmi les trois formules suivantes, choisissons celle à entrer dans la cellule B10 de la feuille de calcul donnée en annexe 2, de sorte que, recopiée vers la droite jusqu'à la cellule D10, elle permette d'afficher les probabilités conditionnelles de chaque affection dans le cas où le patient est un homme :

~~A. =B2/E2~~	$\boxed{\text{B. =B2/\$E\$2}}$	~~C. =B2/B4~~ .

3. Sachant que le patient choisi est atteint d'anomalies du tissu conjonctif la probabilité que ce patient soit un homme est notée $p_T(H)$.

   $p_T(H) = \dfrac{p(T \cap H)}{p(T)} = \dfrac{4863}{23155} \approx 0{,}21.$

EXERCICE 3 **6 points**

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

La grue blanche (*grus americana*) est un oiseau d'Amérique du Nord. Suite à une chasse intensive et à la détérioration de son habitat, cette espèce est en voie de disparition. En 1938, le nombre de grues blanches sauvages s'élevait à 15 individus. Depuis 1940, les grues blanches font l'objet de plusieurs programmes de protection.

Partie A

Le nombre de grues blanches sauvages est représenté dans un repère du plan en annexe 3 et à rendre avec la copie, pour les années 1910, 1920, 1928, 1930 et 1938. Une espèce est considérée en « danger critique d'extinction » si sa population a diminué de plus de 80 % sur la période des dix années précédentes.

1. D'après le graphique et avec la précision permise par celui-ci le nombre de grues blanches sauvages en 1928 est d'environ 90.
2. Nous pouvons considérer que les grues blanches sauvages étaient en « danger critique d'extinction » en 1938 puisque sur une période de dix ans leur nombre est passé de 90 à 15 soit une baisse de 83,33 % par conséquent supérieure à 80 %.

Partie B

On suppose que l'évolution de la taille de la population des grues blanches sauvages à partir de 1938 est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [38; 100] par : $f(x) = 0,08x^2 - 7,2x + 173$.
où x est le temps écoulé en années à partir de 1900. Ainsi l'année 1938 correspond à $x = 38$.

1. **a.** Le tableau de valeurs donné a été complété en annexe 3.

   b. La courbe représentative de la fonction f a été tracée sur le repère donné en annexe 3.

2. **a.** La fonction f' désigne la fonction dérivée de la fonction f. Déterminons $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle [38; 100].
   $f'(x) = 0,08 \times (2x) - 7,2 = 0,16x - 7,2$.

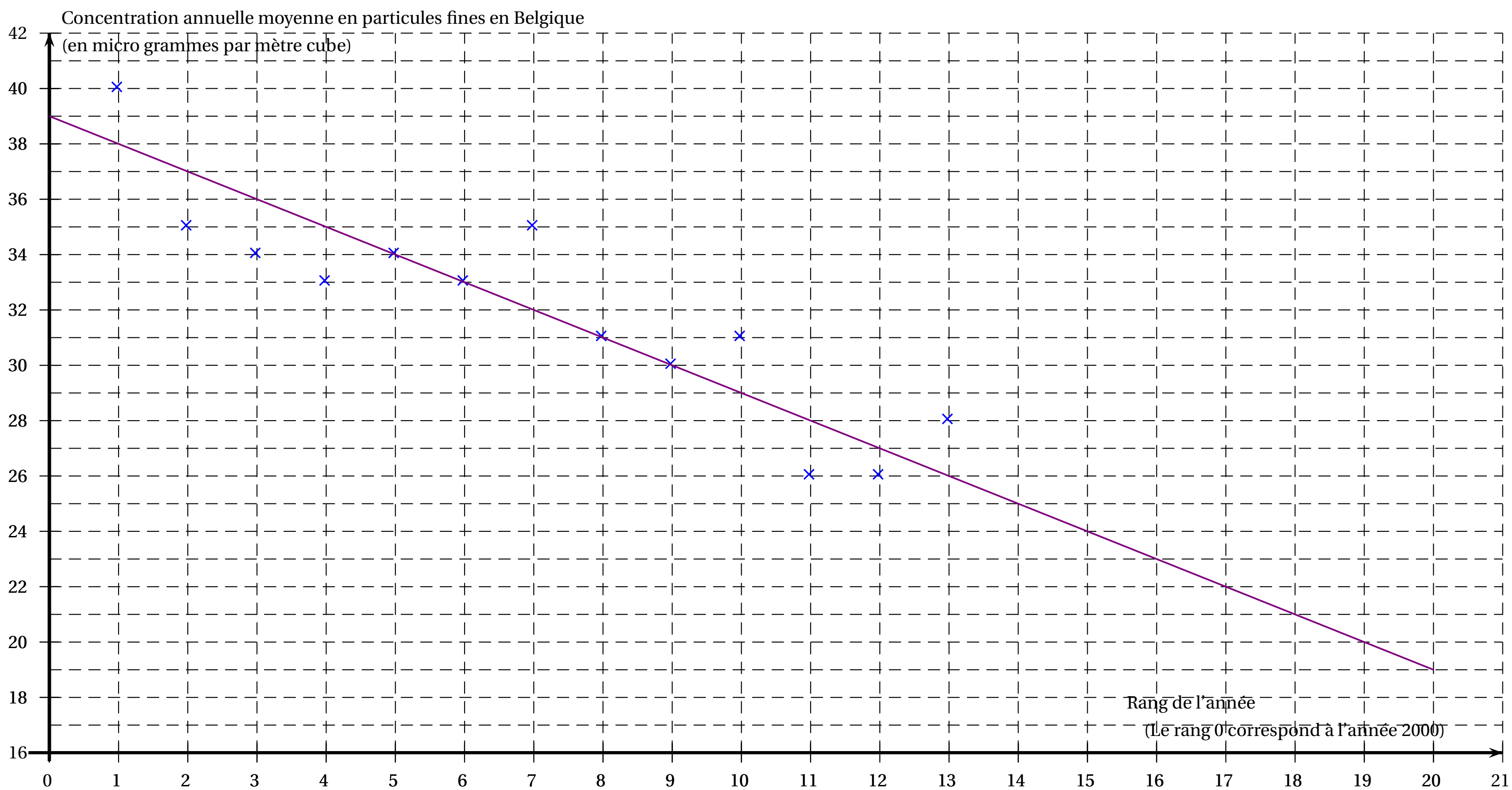
   b. Étudions le signe de $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [38; 100].
   Sur $\mathbb{R}$, $\quad 0,16x - 7,2 > 0 \iff 0,16x > 7,2 \iff x > \dfrac{7,2}{0,16} \iff x > 45.$
   Il en résulte : si $x \in [38\,;\,45[$, $\quad f'(x) < 0$ et si $x \in]45\,;\,100]$, $\quad f'(x) > 0$.

   c. Étudions le sens de variation de f.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
   Pour $x \in [38\,;45[$, $f'(x) < 0$, par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Pour $x \in]45\,;\,100]$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
   Dressons le tableau de variation de f sur[38; 100]

x	38		45		100
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de f	15	$\searrow$	11	$\nearrow$	253

   d. D'après le tableau de variation, f admet un minimum en 45 qui vaut 11.
   Selon ce modèle, l'année où le nombre de grues blanches sauvages est minimal est 1945.

Annexe 1 (Exercice 1)
À rendre avec la copie



Annexe 2 (Exercice 2)

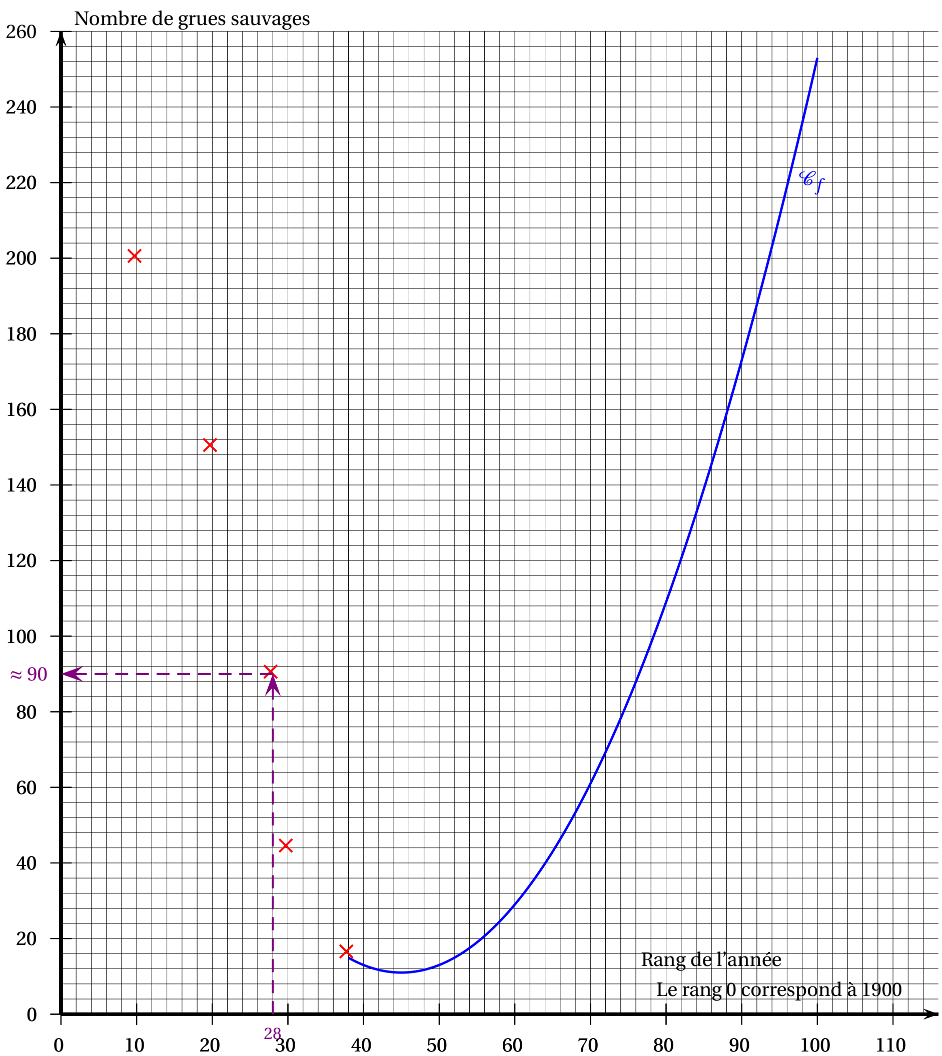
À rendre avec la copie

	A	B	C	D	E
1		Patients atteints de leucémie lymphoïde	Patients atteints d'anomalies de coagulation	Patients atteints d'anomalies du tissu conjonctif	Total
2	Homme	15 479	6 361	4 863	26 703
3	Femme	13 186	7 774	18 292	39 252
4	Total	28 665	14 135	23 155	65 955
5					
6					
7	Probabilités conditionnelles de chaque pathologie selon le sexe du patient				
8	Sachant que le patient est un homme :				
9		Leucémie lymphoïde	Anomalies de coagulation	Anomalies du tissu conjonctif	
10	Probabilité d'être atteint :	0,58	0,24	0,18	

(source : Ameli.fr)

Annexe 3 (Exercice 3)

À rendre avec la copie



Question B. 1. A

x	38	40	45	50	60	80	100
$f(x)$	15	13	11	13	29	109	253

les résultats sont arrondis à l'unité