Corrigé Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant Antilles-Guyane-Polynésie juin 2018

La calculatrice est autorisée.

L' annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée.

EXERCICE 1 **7 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Une brioche est dans une étuve à 30°C à l'instant initial $t = 0$ où t est exprimé en minutes.
Un élève de STAV, en filière transformation, la place dans un four chauffé à 180°C pendant 35 minutes. On admet que la température au cœur de la brioche, exprimée en degré Celsius, est définie sur l'intervalle $[0\,;\,35]$ par une fonction du temps t exprimé en minutes de la forme $f(t) = a\mathrm{e}^{bt} + 180$.

1. **a.** En sachant que $f(0) = 30$, justifions que $a = -150$. $f(0) = a \times 1 + 180 = 30$ d'où $a = -150$. Par conséquent nous pouvons en déduire $f(t) = -150\mathrm{e}^{bt} + 180$.

b. Au bout de 10 minutes, on constate que la température de la brioche est de 60 °C. Déterminons la valeur exacte du réel b.
$f(10) = -150\mathrm{e}^{b\times 10} + 180 = 60$, d'où $\mathrm{e}^{10b} = \dfrac{4}{5}$. En prenant le logarithme népérien des deux membres $10b = \ln\left(\dfrac{4}{5}\right)$ c'est-à-dire $b = \dfrac{\ln\frac{4}{5}}{10}$.
Une valeur approchée de b est alors $-0{,}022$.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie par $f(t) = -150\mathrm{e}^{-0{,}022t} + 180$.

2. **a.** $f'(t) = -150 \times (-0{,}022)\mathrm{e}^{-0{,}022t} = 3{,}3\mathrm{e}^{-0{,}022t}$ pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,35]$.

b. Pour tout $t \in [0\,;\,35]$, $f'\,t) > 0$ comme produit de nombres réels strictement positifs, la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;\,35]$. En effet, si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I.

c. Le résultat de la question **2. b.** montre que la température dans le cœur de la brioche croît en fonction du temps.

d. Déterminons le temps nécessaire, en minutes, pour que la température au cœur de la brioche soit supérieure à 100°C. Pour ce faire résolvons $f(t) \geqslant 100$.

$$\begin{aligned}
-150\mathrm{e}^{-0{,}022t} + 180 &\geqslant 100\\
-150\mathrm{e}^{-0{,}022t} &\geqslant -80\\
\mathrm{e}^{-0{,}022t} &\leqslant \frac{80}{150}\\
\mathrm{e}^{-0{,}022t} &\leqslant \frac{8}{15}\\
\frac{1}{\mathrm{e}^{0{,}022t}} &\leqslant \frac{8}{15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
15 &\leqslant 8\mathrm{e}^{0{,}022t}\\
\mathrm{e}^{0{,}022t} &\geqslant \frac{15}{8}\\
0{,}022t &\geqslant \ln\left(\frac{15}{8}\right)\\
t &\geqslant \frac{\ln\left(\frac{15}{8}\right)}{0{,}022}
\end{aligned}$$

$\dfrac{\ln\left(\frac{15}{8}\right)}{0{,}022} \approx 28{,}57$

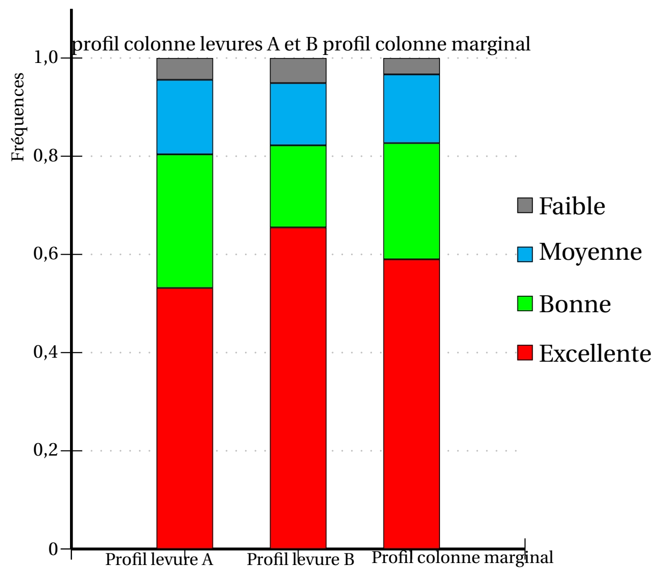
La température au cœur de la brioche est supérieure à 100 °C à partir de 29 minutes.

Partie B

Afin de comparer l'action de deux levures sur la brioche, l'élève de STAV observe, lors de son stage en boulangerie, 300 pâtes de brioche et compare la capacité fermentaire de la levure que l'on qualifiera ici de « Faible, Moyenne, Bonne ou Excellente ». Il obtient les résultats suivants :

Capacité fermentaire de la levure de la pâte \ Levure	Levure A	Levure B
Faible	7	3
Moyenne	24	18
Bonne	43	28
Excellente	84	93

1. Le tableau recensant les profils colonnes des différentes levures, ainsi que le profil colonne marginal est complété en **annexe A**
2. La capacité fermentaire de la pâte dépend de la levure, elle est plus importante dans la levure A pour les capacités faible, moyenne ou bonne mais elle est moins importante dans la capacité excellente.



EXERCICE 2 **4 points**

Nourrir des poules avec les restes alimentaires permet de réduire la quantité de déchets à incinérer. Afin de réduire le volume des ordures ménagères, une communauté de communes offre en 2017 des poules à 50 foyers et décide ensuite, chaque année, d'augmenter le nombre de nouveaux foyers à qui l'on offre des poules, de 18 % par an.

On modélise le nombre de foyers ayant reçu des poules au cours de l'année $2017+n$ par une suite (u_n).

1. $u_0 = 50$ puisque une communauté de communes offre en 2017 des poules à 50 foyers.

   À une augmentation de 18 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,18.

   $u_1 = 50 \times 1{,}18 = 59$.
2. Puisque l'on augmente chaque année le nombre de poules distribuées de 18 %, il est donc multiplié par 1,18. Par conséquent, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,18 \times u_n$. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,18 et de premier terme 50.
3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est :

   $u_n = u_0 \times (q)^n$. Pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times (1,18)^n$.

4. Déterminons l'année à partir de laquelle la communauté de communes offrira des poules à plus de 1 000 foyers. Pour ce faire, résolvons $u_n \geqslant 1000$.

$$\begin{aligned} 50 \times 1{,}18^n &\geqslant 1000 \\ 1{,}18^n &\geqslant 20 \\ n \ln 1{,}18 &\geqslant \ln 20 \\ n &\geqslant \frac{\ln 20}{\ln 1{,}18} \end{aligned}$$

$\dfrac{\ln 20}{\ln 1{,}18} \approx 18{,}1$

La communauté de communes offrira des poules à plus de 1 000 foyers en 2017+19 soit 2036.

EXERCICE 3 **5 points**

Selon l'INSEE, la population française au 1^{er} janvier 2017 se compose de 49 % d'hommes et de 51 % de femmes. D'autre part, en France, on estime que 8 % des hommes sont daltoniens. Les femmes ne sont, quant à elles, quasiment pas touchées par ce trouble de la vision : seulement 0,5 % des femmes sont daltoniennes.

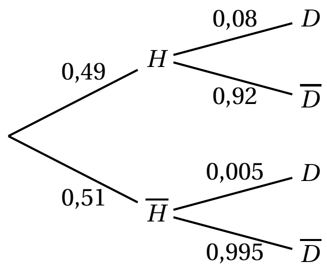
Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On interroge une personne au hasard dans la population française.
On note H l'évènement : « la personne est un homme »
D l'évènement : « la personne est daltonienne »

1. Traduisons la situation décrite dans l'énoncé, à l'aide d'un arbre de probabilité.



2. La probabilité d'être un homme et daltonien est notée $p(H \cap D)$.

$p(H \cap D) = p(H) \times p_H(D) = 0{,}49 \times 0{,}08 = 0{,}0392$.

3. La probabilité d'interroger une personne daltonienne est notée $p(D)$. H et $\overline{H}$ formant une partition de l'univers,

$p(D) = p(H \cap D) + p\left(\overline{H} \cap D\right) = p(H) \times p_H(D) + p\left(\overline{H}\right) \times p_{\overline{H}}(D) = 0{,}0392 + 0{,}51 \times 0{,}995 = 0{,}04175$.

Il en résulte en arrondissant au centième $p(D) = 0{,}042$.

Partie B

Un groupe est constitué de 120 lycéens.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de daltoniens parmi ces 120 lycéens. On admet que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 120$ et $p = 0{,}042$.

La probabilité que $X = k$ est : $p(X = k) = \dbinom{n}{k} p^k (1-p)^{n-p}$.

1. Calculons $p(X=0)$ et $p(X=1)$.

   $p(X=0)=\binom{120}{0}(0{,}042)^0(0{,}958)^{120}\approx 0{,}006$

   $p(X=1)=\binom{120}{1}(0{,}042)\times(0{,}958)^{119}\approx 0{,}031$

2. La probabilité qu'il y ait au moins deux daltoniens parmi les 120 lycéens est notée $p(X\geqslant 2)$.

   $p(X\geqslant 2)=1-\big(p(X=0)+p(X=1)\big)=1-(0{,}006+0{,}031)=0{,}963.$

EXERCICE 4 — 4 points

Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.
Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par **vrai** ou **faux**, puis justifier.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point. Répondre sur la copie.

1. **Affirmation 1 :** L'algorithme suivant permet de calculer puis d'afficher le produit des 7 premiers entiers naturels non nuls : $1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7$.

```
Variables
N est du type nombre entier
P est du type nombre réel
Initialisation
N prend la valeur 7
P prend la valeur 0
Traitement
Pour K allant de 1 à N faire
    P prend la valeur P × K
Fin Pour
Sortie
Afficher P
```

   Affirmation fausse : puisque P au départ vaut 0 par conséquent nous obtiendrons 0.

2. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $f(x)=3+2\ln(x)$.

   Dans un repère orthonormé, on note C la courbe représentative de f ?

   Affirmation 2 : La tangente à C au point A$(1~;3)$ a pour équation : $y=2x+1$

   Affirmation vraie : Nous avons $f(1)=3\quad f'(x)=\dfrac{2}{x}$ donc $f'(1)=2$

   l'équation de la tangente en 1 à la courbe est donc $y=2(x-1)+3$ soit $y=2x+1$.

3. Soit g la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $g(x)=\ln x$ et G la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par $G(x)=x\ln x$.

   Affirmation 3 : G est une primitive de g sur $]0~;~+\infty[$.

   Affirmation fausse : $G'(x)=\ln x+x\times\dfrac{1}{x}=\ln x+1$

4. **Affirmation 4 :** $\displaystyle\int_1^3\frac{2}{x}\,\mathrm{d}x=2\ln 3$

   Affirmation vraie $\displaystyle\int_1^3\frac{2}{x}\,\mathrm{d}x=[2\ln x]_1^3=2\ln 3-0=2\ln 3$

ANNEXE A (à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

Partie B

Question 1 (Arrondir à 10^{-3} près)

Levure / Capacité fermentaire de la levure de la pâte	Profil de la levure A	Profil de la levure B	Profil colonne marginal
Faible	0,044	0,021	0,033
Moyenne	0,152	0,127	0,140
Bonne	0,272	0,197	0,237
Excellente	0,532	0,655	0,590
Total	1	1	1