Corrigé du baccalauréat Antilles-Guyane 18 juin 2014
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Partie A : Les demi-cercles

1. **a.** Un point $M(x\,;\,y)$ appartient à ce cercle si $\overrightarrow{\text{A}M}\cdot\overrightarrow{\text{B}M}=0$, soit si $(x-5)(x+1)+(y-2)(y-2)=0$, soit si $x^2-5x+x-5+y^2+4-4y=0$ soit finalement si $x^2+y^2-4x-4y=1$

   b. Il faut donc résoudre : $\left\{\begin{array}{lcl} x^2+y^2-4x-4y &=& 1\\ x &=& 0\end{array}\right.$, d'où $y-4y=1$ ou $y^2-4y-1=0$.

   $\Delta=4^2-4\times(-1)=20=4\times5>0$. Il y a deux solutions :

   $y=\dfrac{4+2\sqrt{5}}{2}=2+\sqrt{5}$ et $y=2-\sqrt{5}$

   Comme les points du demi-cercle ont une ordonnée supérieure ou égale à 2, seule la solution $y=2+\sqrt{5}$ est à retenir.

   Le demi-cercle coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $\left(0\,;\,2+\sqrt{5}\right)$.

2. **a.** Le cercle et le demi-cercle sont concentriques donc le demi-cercle a pour centre le milieu de [AB] de coordonnées $(2\,;\,2)$.

   b. La tangente est perpendiculaire au rayon qui passe par O. Graphiquement on voit que le coefficient directeur de cette tangente est égal à -1.

Partie B : La courbe

1. On a $f(0)=0$, donc $\text{O}\in\mathscr{C}_f$;
   $f(5)=-0,072\times5^3+0,64\times5^2-5=-9+16-5=2$, donc $\text{A}(5\,;\,2)\in\mathscr{C}_f$.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a. $f'(x)=3\times(-0,072)x^2+2\times0,64x-1=-0,216x^2+1,28x-1$.

   b. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est égal à :
   $f'(0)=-1$.

   c. $f'(5)=-0,216\times5^2+1,28\times5-1=-5,4+6,4-1=0$.
   Le nombre dérivé en 5 est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 5 c'est-à-dire le point A. Cette tangente est donc horizontale.

   d. Développons $0,08\left(135x-125-27x^2+25x\right)=0,008\left(-27x^2+160x-125\right)=-0,216x^2+1,28x-1=f'(x)$. On a donc la forme factorisée de la dérivée.

3. $5-x=0$ si $x=5$ et sur $[0\,;\,5]$, $5-x\geqslant0$.
   D'autre part $27x-25=0$ si $x=\dfrac{25}{27}$.
   Donc si $x<\dfrac{25}{27}$, alors $27x-25<0$ et

si $x > \dfrac{25}{27}$, alors $27x - 25 > 0$.
En on déduit par produit des signes de chaque facteur que
si $0 \leqslant x < \dfrac{25}{27}$, alors $f'(x) < 0$: la fonction f est donc décroissante sur $\left[0\,;\,\dfrac{27}{25}\right]$ et
si $\dfrac{25}{27} < x \leqslant 5$, alors $f'(x) > 0$: la fonction f est donc croissante sur $\left[\dfrac{27}{25}\,;\,5\right]$.

4. Voir l'annexe 1.
5. Voir l'annexe 1.

EXERCICE 2 **6 points**

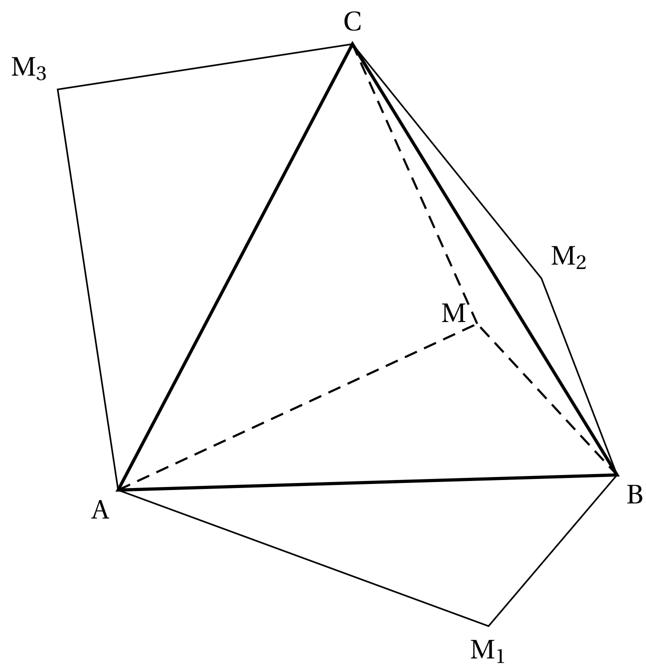
1. Réponse **c.**
2. Réponse **d.** : les trois côtés ont pour mesure $a\sqrt{2}$; a étant la mesre d'un côté du cube.
3. Réponse **d.**
4. Réponse **d.**
5. Réponse **c.** : le centre de l'ellipse a pour coordonnées $(-2\,;\,1)$.
6.
$$\overrightarrow{u}\,(5\,;\,1\,;\,0) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v}\,(1\,;\,-3\,;\,1).$$
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = 5\times 1 + 1\times(-3)0\times 1 = 5 - 3 = 2$
Réponse **d.**

EXERCICE 3 **7 points**

Partie A : observation du pavage

1. La rotation de centre B et d'angle 120° transforme l'hexagone 1 en l'hexagone 2
2. Voir plus bas.

Partie B : Obtention du motif



1. $\mathscr{A}_{\mathrm{AM_1BM_2CM_3}} = \mathscr{A}_{\mathrm{AM_1BM}} + \mathscr{A}_{\mathrm{BM_2CM}} + \mathscr{A}_{\mathrm{CM_3AM}} = 2\mathscr{A}_{\mathrm{AMB}} + 2\mathscr{A}_{\mathrm{CMB}} + 2\mathscr{A}_{\mathrm{CAM}}$ (d'après les symétries axiales).

$\mathscr{A}_{\mathrm{AM_1BM_2CM_3}} = 2\left(\mathscr{A}_{\mathrm{AMB}} + \mathscr{A}_{\mathrm{CMB}} + \mathscr{A}_{\mathrm{CAM}}\right) = 2\mathscr{A}_{\mathrm{ABC}}$.

2. **a.** La formule d'Al-Kashi appliquée au triangle MAB s'écrit :

$\mathrm{MB}^2 = \mathrm{MA}^2 + \mathrm{AB}^2 - 2\mathrm{MA} \times \mathrm{AB} \times \cos\widehat{\mathrm{MAB}}$ soit $\cos\widehat{\mathrm{MAB}} = \dfrac{\mathrm{MA}^2 + \mathrm{AB}^2 - \mathrm{MB}^2}{2\mathrm{MA} \times \mathrm{AB}} = \dfrac{16 + 25 - 4}{2 \times 4 \times 5} = \dfrac{37}{40}$.

La calculatrice donne $\widehat{\mathrm{MAC}} \approx 22,3°$

b. On a $\widehat{\mathrm{MAC}} = \widehat{\mathrm{BAC}} - \widehat{\mathrm{MAB}} = 60 - 22,3 = 37,7°$.

La formule d'Al-Kashi appliquée au triangle MAC s'écrit :

$\mathrm{CM}^2 = \mathrm{MA}^2 + \mathrm{AC}^2 - 2\mathrm{MA} \times \mathrm{AC} \times \cos\widehat{\mathrm{MAC}} = 16 + 25 - 2 \times 4 \times 5 \times \cos 37,7 \approx 41 - 31,6489$.

$\mathrm{CM}^2 \approx 9,35 \Rightarrow \mathrm{CM} \approx 3,06$ cm.

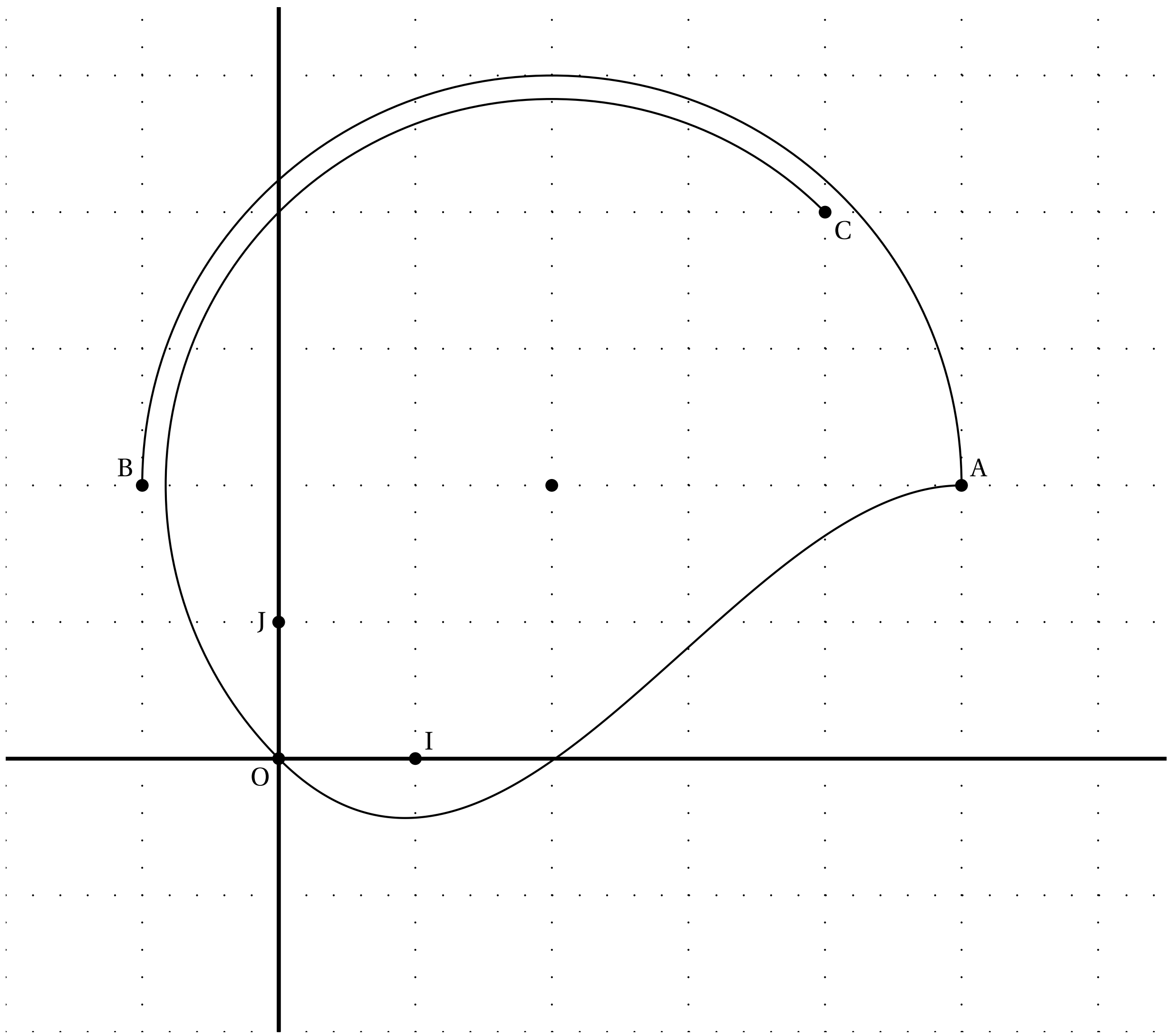
Partie C : Construction d'un pavage différent

1. Voir plus bas.

2. Voir plus bas le pavage différent obtenu.

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

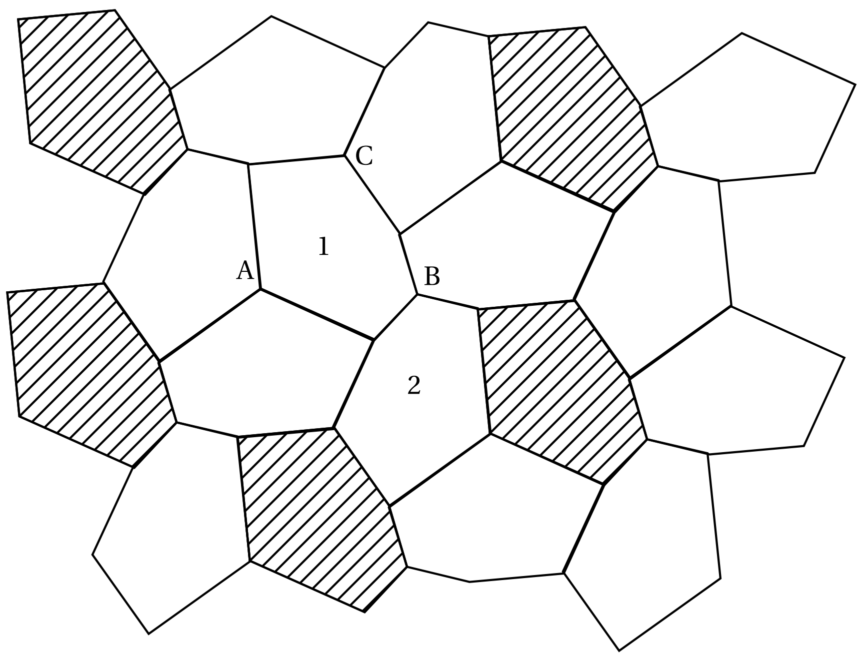
Partie A



Partie B

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	$-0,432$	$-0,016$	0,816	1,632	2

Annexe 2 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)