Corrigé du baccalauréat STD2A 16 juin 2016 Antilles-Guyane

EXERCICE 1 **7 points**

Partie A : Une planche en acajou

1. Dans le triangle BDE, la relation d'Al-Kashi permet d'écrire :
$BE^2 = BD^2 + DE^2 - 2 \times BD \times DE \times \cos\left(\widehat{BDE}\right) \iff 13^2 = 17,9^2 + 15,8^2 - 2 \times 17,9 \times 15,8 \times \cos\left(\widehat{BDE}\right) \iff 169 = 320,41 + 249,64 - 565,64\cos\left(\widehat{BDE}\right) \iff \cos\left(\widehat{BDE}\right) = \frac{570,05-169}{565,64} = \dfrac{401,05}{565,64} \approx 44,844$ soit environ 44,84°au centième près.
2. La hauteur [EH] issue de E dans le triangle BDE est telle que $EH = DE\times\cos\left(\widehat{DEH}\right) = DE \times \sin\left(\widehat{BDE}\right) \approx 15,8 \times \sin 44,84$, soit $EH \approx 11,141$ dm.
L'aire du triangle BDE est donc égale à :
$\dfrac{BD \times EH}{2} \approx \dfrac{17,9 \times 11,141}{2} \approx 99,712\ \text{dm}^2$.
Le volume de la planche est donc environ :
$99,712 \times 0,5 = 49,856\ \text{dm}^3$, ce qui donne une masse de :
$49,856 \times 0,7 = 34,8992$ soit 35 kg au kilo près.

Partie B : Prolongement du tracé

1. Le coefficient directeur de la droite (BC) est égal à :
$\dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{5-25}{20-10} = \dfrac{-20}{10} = -2$.
2. Sur l'intervalle [20 ; 30], on a $f'(x) = 2ax + b$
3. **a.** — $\mathscr{C}_f$ passe par C(20 ; 5), donc $5 = a \times 400 + 20b + c$;
— $\mathscr{C}_f$ passe par F(25 ; 0), donc $0 = 625a + 25b + c$;
— (BC) est tangente à $\mathscr{C}_f$ au point C signifie que le nombre dérivé $f'(20)$ est égal au coefficient directeur de la droite (BC). Donc $f'(20) = -2 = 2 \times a \times 20 \iff 40a + b = -2$.

Conclusion : les nombres a, b et c vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 625a + 25b + c & = & 0 \\ 400a + 20b + c & = & 5 \\ 40a + b & = & -2 \end{array}\right.$$

b. On a bien :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 625 \times 0,2 + 25 \times (-10) + c & = & 0 \\ 400 \times 0,2 + 20 \times (-10) + c & = & 5 \\ 40 \times 0,2 - 10 & = & -2 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 125 - 250 + 125 & = & 0 \\ 80 + -200 + 125 & = & 5 \\ 8 - 10 & = & -2 \end{array}\right.$$

Ces trois égalités sont vraies.

4. On a donc $f'(x) = 0,4x - 10$.
   - $0,4x - 10 > 0 \iff 0,4x > 10 \iff 4x > 100 \iff x > 25$: sur $]25\,;\,30]$, $f'(x) > 0$, la fonction est croissante sur cet intervalle ;
   - $0,4x - 10 < 0 \iff 0,4x < 10 \iff 4x < 100 \iff x < 25$: sur $[20\,;\,25[$, $f'(x) < 0$, la fonction est décroissante sur cet intervalle ;
   - $0,4x - 10 = 0 \iff 0,4x = 10 \iff 4x = 100 \iff x = 25$: $f(25)$ est le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[20\,;\,30]$.
5. **a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous.

x	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$f(x)$	5	3,2	1,8	0,8	0,2	0	0,2	0,8	1,8	3,2	5

   b. Voir l'annexe.

EXERCICE 2 — 7 points

Partie A : Recherche de la valeur de l'angle de coupe

1. On lit F(8 ; 3 ; 0) et H(0 ; 3 ; 3).
2. **a.** On a $\overrightarrow{\text{IC}}\begin{pmatrix}8-8\\0-0\\3-1,5\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{\text{IC}}\begin{pmatrix}0\\0\\1,5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{IK}}\begin{pmatrix}8-8\\3-0\\2,5-1,5\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{\text{IK}}\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}$.

   b. On en déduit que $\overrightarrow{\text{IC}}\cdot\overrightarrow{\text{IK}} = 0 + 0 + 1,5 = 1,5$.

   c. On a $\text{IK}^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, d'où $\text{IK} = \sqrt{10}$. On sait que le produit scalaire peut aussi s'écrire :
   $\overrightarrow{\text{IC}}\cdot\overrightarrow{\text{IK}} = \text{IC}\times\text{IK}\times\cos\left(\widehat{\text{CIK}}\right) \iff 1,5 = 1,5\times\sqrt{10}\times\cos\left(\widehat{\text{CIK}}\right) \iff \cos\left(\widehat{\text{CIK}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{CIK}} \approx 71,56$ soit environ 72° au degré près.

Partie B : Représentation du meuble en perspective centrale

1. Les droites (BF) et (AE) sont parallèles, donc leurs représentations (`bf`) et (`ae`) sont sécantes en un point de la droite d'horizon.
   Les droites (AB) et (EF) étant frontales leurs représentations (`ab`) et (`ef`) sont parallèles.
   Donc la droite (`bf`) coupe la droite d'horizon au point d'horizon (`n`).
   Le point (`e`) est le point commun à la droite (`an`) et à la parallèle à (`ab`) contenant (`f`).
2. Les droites (G′F) et (H′E) étant parallèles leurs représentations (`g′f`) et (`h′e`) sont sécantes au point de fuite `n`. Sur ces droites les proportions ne sont pas respectées, donc le point `b` n'est pas le milieu du segment [`fg′`].

3. Les droites (BE) et (G′A) sont parallèles donc les droites (`be`) et (`g′a`) sont sécantes en un point `p` sur la droite d'horizon.
   On trace donc la droite (BE) qui coupe la droite d'horizon en `p`.
   Le point g′ est le point commun aux droites (`pe`) et (`bf`.
4. Terminer, sur l'annexe 2, la représentation de ce meuble en position ouverte.
   On soignera le tracé et on laissera apparents les traits de construction.

EXERCICE 3 **6 points**

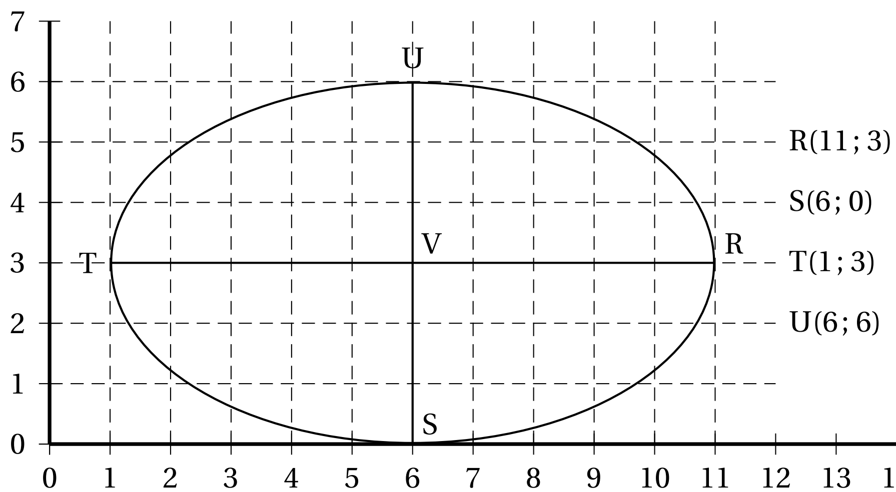


Figure 5

Partie A : Une fleur à quatre pétales

1. On sait qu'une équation de $\mathscr{E}$, centrée en (6 ; 3) et d'axes 5 et 3 est :
   $\dfrac{(x-6)^2}{5^2}+\dfrac{(y-3)^2}{3^2}=1$.

2. **a.** $R(11\,;\,3)\in\mathscr{E} \iff \dfrac{(11-6)^2}{5^2}+\dfrac{(3-3)^2}{3^2}=1 \iff \dfrac{(5)^2}{5^2}=1$: égalité vraie ;
   $R(11\,;\,3)\in\mathscr{F} \iff \dfrac{(11-11)^2}{9}+\dfrac{(3+2)^2}{25}=1 \iff \dfrac{5^2}{5^2}=1$: égalité vraie.
   Le point F est commun aux deux ellipses $\mathscr{E}$ et $\mathscr{F}$.

   b. On a W(11 ; −2). Voir le tracé de l'ellipse sur l'annexe.

   c. On passe de $\mathscr{E}$ à $\mathscr{F}$ par la rotation de centre R et d'angle 90°.

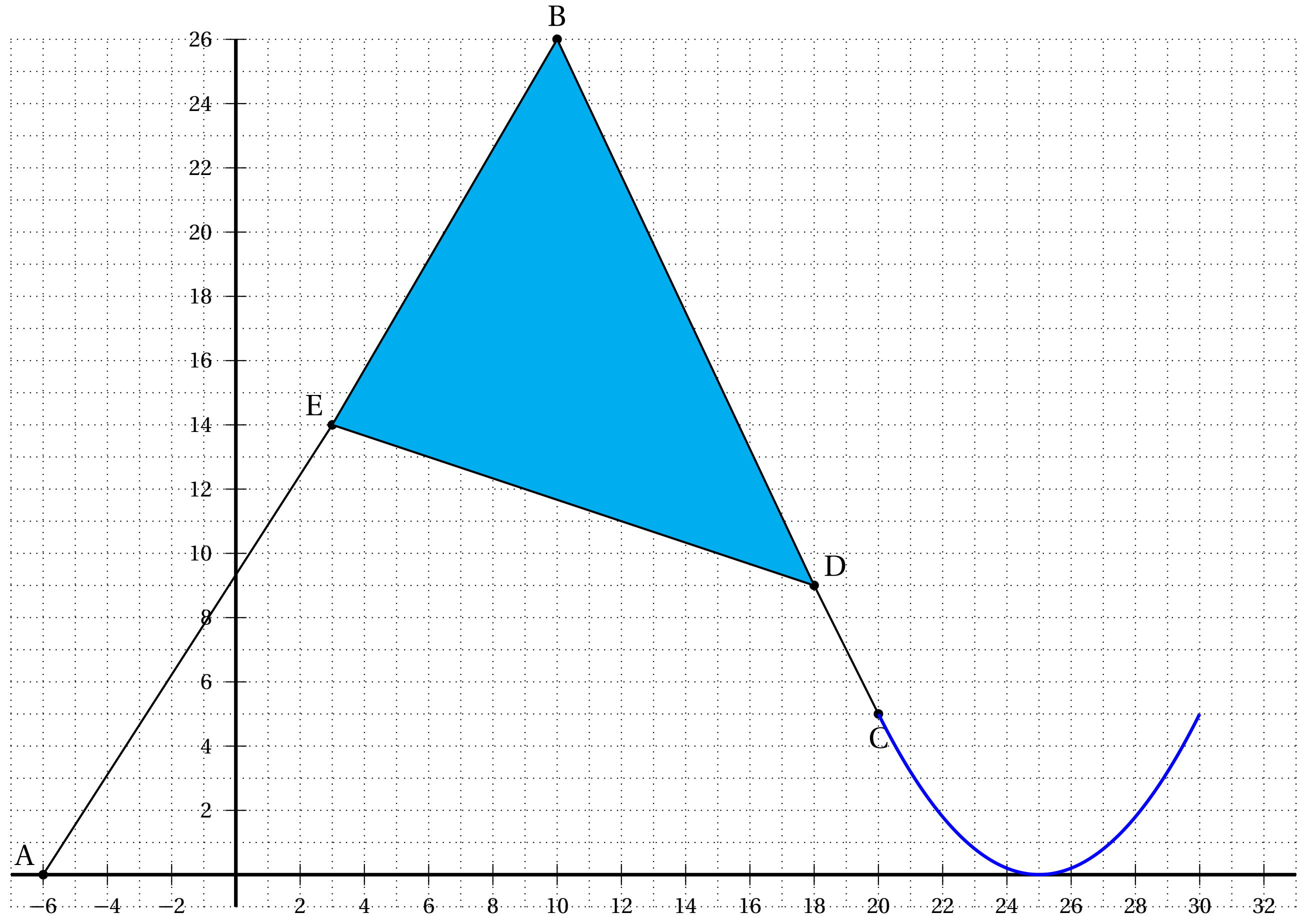
   d. Les points de $\mathscr{F}$ communs à l'axe des abscisses ont une ordonnée nulle ; leurs abscisses vérifient donc :
   $\dfrac{(x-11)^2}{9}+\dfrac{(0+2)^2}{25}=1 \iff \dfrac{(x-11)^2}{9}=1-\dfrac{4}{25} \iff \dfrac{(x-11)^2}{9}=\dfrac{21}{25} \iff$
   $(x-11)^2=\dfrac{189}{25} \iff \left\{\begin{array}{lcl} x-11 &=& \sqrt{\frac{189}{25}}\\ x-11 &=& -\sqrt{\frac{189}{25}}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 11+\sqrt{\frac{189}{25}}\approx 13,75\\ x &=& 11-\sqrt{\frac{189}{25}}\approx 8,25\end{array}\right.$
   On vérifie ces résultats sur la figure.

Partie B : Une fleur à six pétales

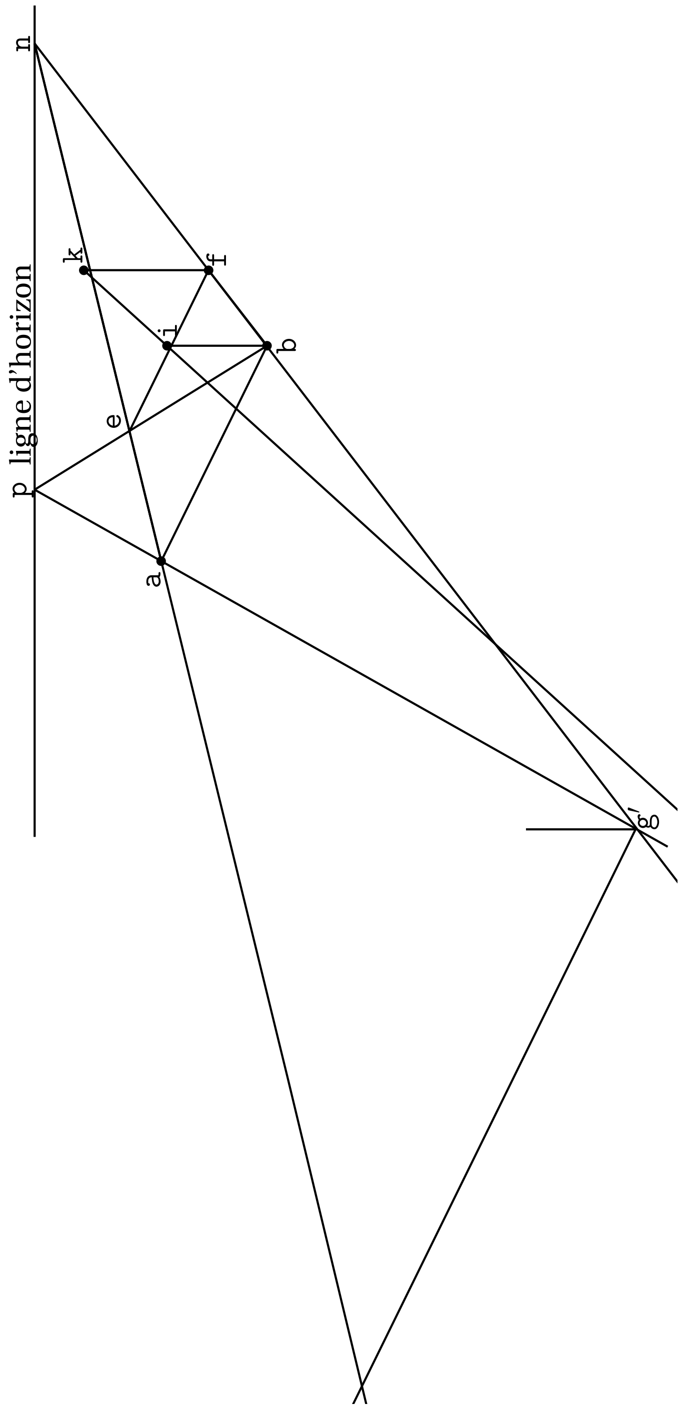
1. On fait cinq rotations de centre R et de 60 °de l'ellipse $\mathscr{E}$.
2. **a.** Voir la figure.

   b. Pour paver le plan on peut utiliser les translations de vecteurs $3\overrightarrow{\text{AR}}$, $\overrightarrow{\text{BF}}$ et $2\overrightarrow{\text{AF}}$. Voir l'annexe.

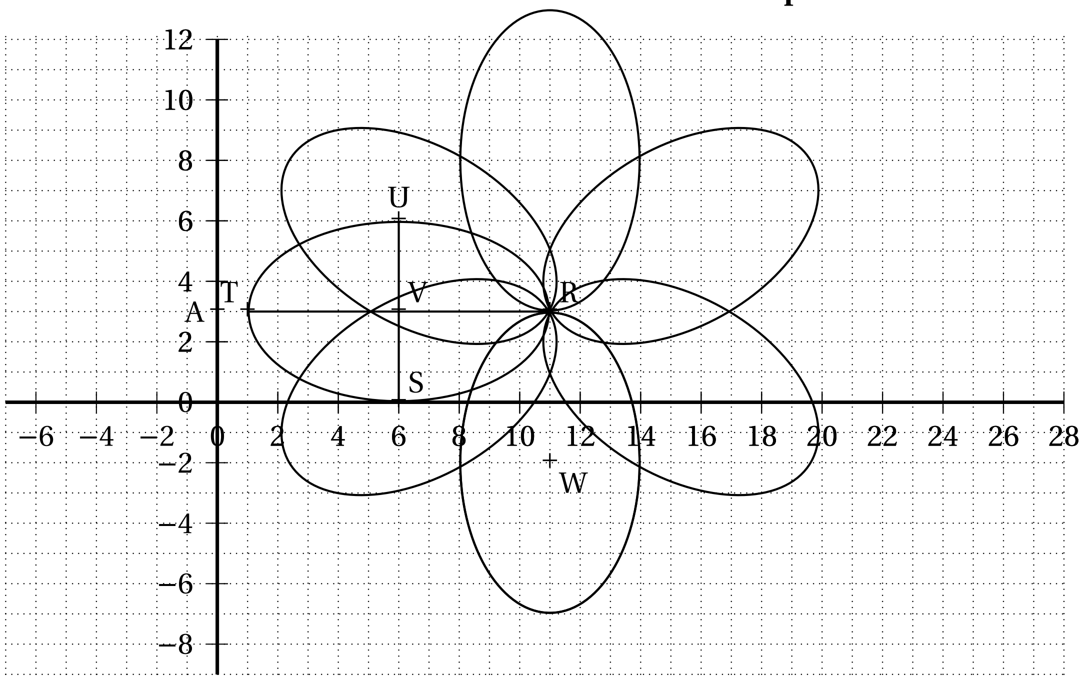
Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)



Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3 à rendre avec la copie



Annexe 4 - Exercice 3 à rendre avec la copie