∽ Corrigé Antilles-Guyane 16 juin 2017 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

1. Réponse **b.**
2. On a $2^a \approx 1,5$, soit $a \ln 2 \approx \ln 1,5$ ou $a \approx \dfrac{\ln 1,5}{\ln 2} \approx 0,58$. Réponse **a.**
3. On a $f'(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 6x + 7$, donc $f'(1) = \dfrac{3}{2} - 6 + 7 = \dfrac{5}{2} = 2,5$. Réponse **a.**
4. La seule fonction décroissante, croissante et décroissante est celle de **b.**
5. Pour $x > 0$, $\log\left(x^2 + x\right) = \log[x(x+1)] = \log x + \log(x+1)$. Réponse **c.**

EXERCICE 2 **8 points**

On s'intéresse dans cet exercice à la conception de ce minuteur formé d'un cône et d'une sphère tronquée. Le rayon de la sphère est de 3 cm et la hauteur totale du minuteur est 9 cm.

Ce minuteur est un solide de révolution, construit par rotation autour d'un axe vertical d'un arc de cercle et d'un segment.

Partie A

1. La droite (AS) est tangente au cercle au point A : elle est donc perpendiculaire au rayon [OA], donc le triangle OAS est rectangle en A.
2. I milieu de [OS] est le centre du demi-cercle de diamètre [OS] circonscrit au triangle rectangle OAS, donc IO = IS = IA = 3.
3. On vient de voir que IA = IO = 3 et comme OA = 3, on a donc IA = AO = OI : le triangle OAI est donc équilatéral.
4. Le résultat précédent montre que $\widehat{\text{AOS}} = 60°$, donc son complémentaire $\widehat{\text{OSA}} = 30°$ et par conséquent l'angle au sommet du cône mesure $2 \times 30 = 60°$ soit moins de 65°.
5. On a $\widehat{\text{AO}x} = 30°$.

   L'abscisse de A est donc égale à $\text{OA} \times \cos\widehat{\text{AO}x} = 3 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ et son ordonnée est égale à $\text{OA} \times \sin\widehat{\text{AO}x} = 3 \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Partie B

Le concepteur souhaite que la masse du minuteur soit inférieure à 300 *grammes.*

1. **a.** • La hauteur du cône est donc $\text{HS} = 6 - y_{\text{A}} = 6 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{9}{2}$.

   • Le rayon de la base est $\text{HA} = x_{\text{A}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

   b. Le volume du cône est donc :
   $V_c == \dfrac{1}{3} \times \pi \left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \dfrac{9}{2} = \dfrac{9 \times 3 \times 9}{4 \times 3 \times 2}\pi = \dfrac{81\pi}{8}\text{cm}^3$.

   c. La masse volumique du plastique est 900 000 g par m^3 ou $(100)^3 = 1\,000\,000$ cm^3, soit 0,9 g par cm^3.

   La masse de la partie conique du minuteur, réalisée en plastique est donc :
   $\dfrac{81\pi}{8} \times 0,9 = \dfrac{72,9\pi}{8} \approx 29$ g.

2.

1. On a $\text{BH} = 3 + y_{\text{A}} = 3 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{9}{2}$.
2. Le volume de la boule tronquée est $\dfrac{\pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^2}{3}\left(3 \times 3 - \dfrac{9}{2}\right) = \dfrac{27}{4} \times \dfrac{9}{2} \times \pi = \dfrac{243\pi}{8}$.
3. Le volume de la boule évidée est $\dfrac{243\pi}{8} - 30$ cm^3.

   La masse volumique de l'aluminium est 2 700 000 g par m^3 soit pour 1 000 000 cm^3, soit 2,7 g par cm^3.

   La masse de la partie en aluminium est donc égale à : $\dfrac{243\pi}{8} \times 2,7 \approx 258$ g.
4. La masse totale du minuteur est donc :
   $29 + 258 + 100 = 387$ soit plus de 300 g.

EXERCICE 3 **7 points**

Partie A : Étude d'un pavage

1. Le théorème d'Al Kashi 'écrit :
   $\text{BC}^2 = \text{AB}^2 + \text{AC}^2 - 2 \times \text{AB} \times \text{AC} \cos \widehat{\text{BAC}} = 4^2 + 5^2 - 2 \times 5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 16 + 25 - 20 = 21$.
   Donc $\text{BC} = \sqrt{21}$.
2. On a pavé le rectangle AEFG ci-dessous.

   a. I le milieu de [BC] et aussi le milieu de [AD], donc I est le centre du parallélogramme ACDB.

   b. On peut paver le plan avec deux translations de vecteurs $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{AB}}$.

Partie B : Représentation en perspective centrale

1. • les droites (AG) et (EF) étant parallèles p est le point commun aux droites (ag) et (ef). Voir l'annexe 1.

   • La droite (BH) étant perpendiculaire à la droite (AE) est parallèle aux droites (AG) et (EF). La droite (bh) contient donc elle aussi le point p.

   La droite (pb) coupe donc le segment [ac] en h.

2. Dans toute la suite de l'exercice, on travaille sur l'annexe 2.

   a. Soit n le point d'intersection de (ab) et de la ligne d'horizon.

   Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, donc leurs représentations (ab) et (cd) se coupent sur la ligne d'horizon ; comme la droite (ab) coupe la ligne d'horizon en n, la droite (cd) coupe aussi la ligne d'horizon en n. Les points c, d et n sont donc alignés.

   On en déduit que le point d appartient à la droite (cn).

   b. La droite (ac) est parallèle à la ligne d'horizon donc la droite (BD), parallèle à la droite (AC), sera représentée en perspective centrale par une droite parallèle à (ac).

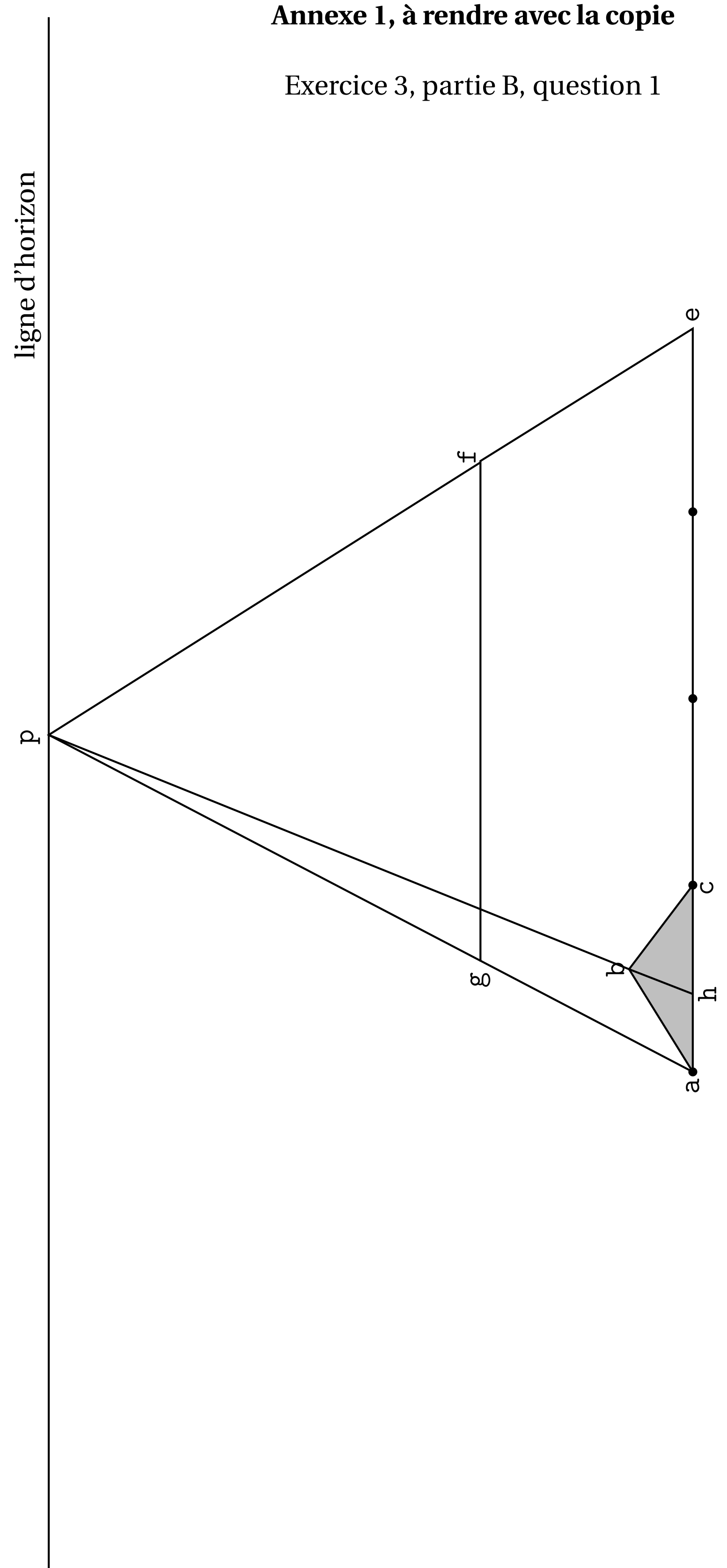
   Donc le point d appartient à la droite parallèle à (ac) passant par b.

   Le point d est donc situé à l'intersection de la droite (cn) et de la parallèle à (ac) passant par b.

3. Voir l'annexe 2.

Annexe 1, à rendre avec la copie

Exercice 3, partie B, question 1



Annexe 2, à rendre avec la copie

Exercice 3, partie B, question 2 et 3