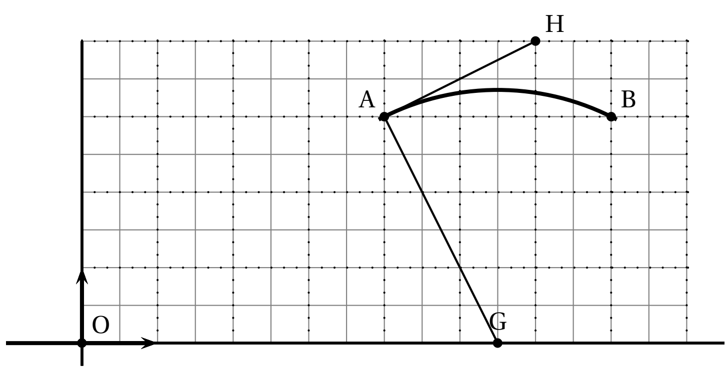
∽ Baccalauréat Métropole 12 septembre 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 1$.
   La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 a pour équation :
   - On a $f(1) = 1 - 2 + 5 - 1 = 3$;
   - On a $f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$; le nombre dérivé en 1 est $f'(1) = 3 - 4 + 5 = 4$.

   Une équation de la tangente est $y - f(1) = f'(1)(x - 1) \iff y - 3 = 4(x - 1) \iff y = 4x - 1$.
   Réponse **c.**
2. Le centre a pour coordonnées 2 et 3 et les demi-axes mesurent 4 et 3.
   Une équation de cette ellipse est donc : $\dfrac{(x-2)^2}{4^2} + \dfrac{(y-3)^2}{3^2}$, soit $\dfrac{(x-2)^2}{16} + \dfrac{(y-3)^2}{9}$. Réponse **a.**
3. $2x^{0,5} = 6 \iff x^{0,5} = 3 \iff x = 3^2 = 9$. Réponse **d.**
4. Réponse **a.**
5. L'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$
   On a $\Delta = 9 + 16 = 25 = 5^2$.
   L'équation a donc deux solutions : $x_1 = \dfrac{3+5}{2 \times 2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{3-5}{2 \times 2} = -\dfrac{1}{2}$. Réponse **c.**

EXERCICE 2 **8 points**



Partie A

On considère le point H(6 ; 4).

1. On a $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}6-4\\4-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$. Le coefficient directeur de la droite (AH) est donc égal à 2.
2. $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}5,5-4\\0-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1,5\\-3\end{pmatrix}$.
   Donc $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AH} = 2 \times 1,5 + 1 \times (-3) = 3 - 3 = 0$.
   Les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AH}$ sont orthogonaux.
3. La droite (AH) est perpendiculaire au rayon [GA] du cercle ce centre G : c'est donc la tangente en A à la courbe C.

Partie B

La courbe F est la courbe représentative sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ d'une fonction f de la forme :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

1. On doit avoir $f(0) = 0$ et $f(4) = 3$.
2. **a.** On lit $f'(0) = c = 0$.

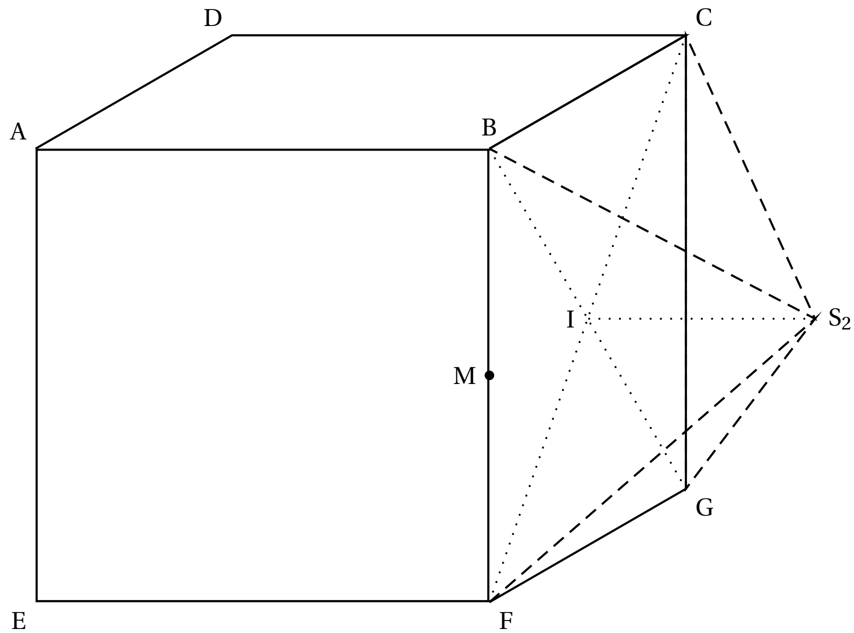
   b. La droite (AH) est tangente en A à l'arc de cercle ; elle est aussi la tangente à la courbe représentative de F, donc $f'(4) = \dfrac{1}{2}$, soit $48a + 8b = \dfrac{1}{2}$
3. On a $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
4. On a donc : $\left\{\begin{array}{lcl} f(0) & = & 0\\ f(4) & = & 3\\ f'(0) = 0 & & \\ f'(4) & = & \frac{1}{2}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} d & = & 0\\ a\times 4^3 + b\times 4^2 + c\times 4 & = & 3\\ c & = & 0\\ 48a + 8b & = & \dfrac{1}{2}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} d = 0 & & \\ 64a + 16b + 4c & = & 3\\ c & = & 0\\ 96a + 16b & = & 1\end{array}\right. \iff$

   $\left\{\begin{array}{lcl} d = 0 & & \\ c & = & 0\\ 64a + 16b & = & 3\\ 96a + 16b & = & 1\end{array}\right.$

   Par différence des deux dernières lignes $32a = -2 \iff a == -\frac{1}{16}$.
   On en déduit $16b = 3 - 64a = 3 - 64 \times \left(-\frac{1}{16}\right) = 3 - (-4) = 7 \iff b = \frac{7}{16}$.
   On a donc $a = -\frac{1}{16}$, $\;b = \frac{7}{16}$, $c = d = 0$.
5. On sait que $f'(x) = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{7}{8}x$ sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.
   Or $f'(x) = x\left(-\frac{3}{16}x + \frac{7}{8}\right)$ qui est du signe de $-\frac{3}{16}x + \frac{7}{8}$ puisque $x \geqslant 0$.
   $-\frac{3}{16}x + \frac{7}{8} > 0 \iff \frac{7}{8} > \frac{3}{16}x \iff 14 > 3x \iff \frac{14}{3} > x$. Or $\frac{14}{3} \approx 4,7$, donc sur $[0\,;\,4]$, $f'(x) > 0$: la fonction est strictement croissante sur cet intervalle.
6. Voir l'annexe.

Exercice 3 **7 points**

1. ⚠ Sur l'énoncé le point S_2 est absent !
   Puisque toutes les faces triangulaires de ces pyramides sont des triangles isocèles identiques on a donc $BS_1 = S_1F = FS_2 = S_2B$: le quadrilatère S_1BS_2F est donc un losange.
2.



3. Voir la figure ci-dessous.

S_2IM est un triangle rectangle en I Le théorème de Pythagore appliqué à ce triangle donne $S_2M^2 = S_2I^2 + IM^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, donc $S_2M = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

De même S_2BI est un triangle rectangle en I Le théorème de Pythagore appliqué à ce triangle donne $S_2B^2 = S_2I^2 + IB^2 \quad (1)$.

Or [IB] est une demi-diagonale du carré FGCB de côté 8, donc $IB = 4\sqrt{2}$.

(1) devient $S_2B^2 = 4^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 16 + 32 = 48 = 16 \times 3$.

Donc $S_2B = 4\sqrt{3}$.

4. Corrigé à suivre...

5. **a.** Sur l'annexe (document 2), on a commencé à représenter en perspective parallèle le polyèdre $\mathscr{P}$. Construire sur l'annexe le point S_2 sommet de la pyramide de base BCGF. On justifiera la méthode de construction sur la copie.

b. Construire la pyramide $BCGFS_2$ sur l'annexe.

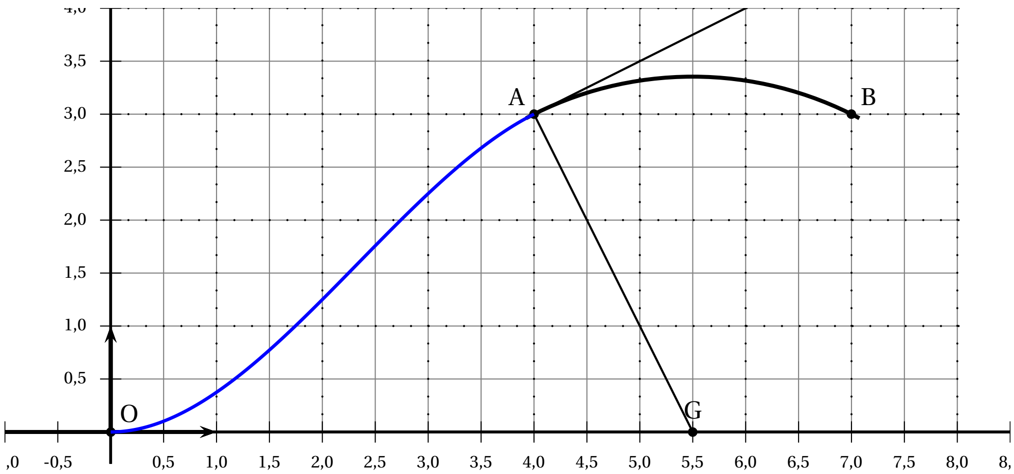
c. Sur l'annexe, laisser en pointillé les arêtes cachées du polyèdre $\mathscr{P}$ et retracer en trait plein les arêtes visibles.

6. **a.** Dessiner sur la copie une vue de dessus du polyèdre 'P en perspective parallèle. On y notera les points A, B, C, D, S_1, S_2, S_3 et S_4.

b. En prenant cette fois le plan (S_1BS_2F) comme plan frontal, dessiner sur la copie une vue de face du polyèdre $\mathscr{P}$ en perspective parallèle.

Annexe, à rendre avec la copie

Document 1



Document 2