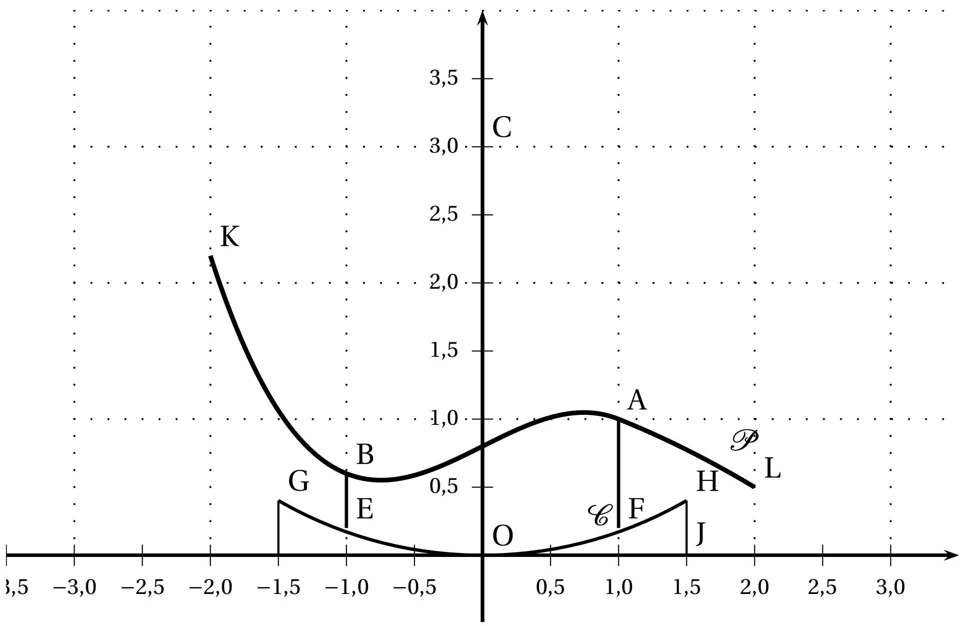
∽ Corrigé du baccalauréat Métropole–La Réunion 16 juin 2017 STD2A

EXERCICE 1 **9 points**



Partie A : Étude du socle

1. $\mathscr{C}$ est le cercle de centre C(0 ; 3) et de rayon OC = 3.
Une de ses équations est donc :
$(x-0)^2+(y-3)^2=3^2 \iff x^2+y^2-6y=0$.
2. H est le point de $\mathscr{C}$, d'abscisse 1,5 ; son ordonnée vérifie donc :
$1,5^2+y^2-6y=0 \iff y^2-6y+2,25=0$. On a $\Delta=36-4\times2,25=36-9=27>0$.
Cette équation a deux solutions :
$y_1=\dfrac{6+\sqrt{27}}{2}=\dfrac{6+3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}\left(2+\sqrt{3}\right)\approx 5,598$ et $y_2=\dfrac{6-\sqrt{27}}{2}=\dfrac{6-3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}\left(2-\sqrt{3}\right)\approx 0,402$: c'est l'ordonnée de H et ce nombre est aussi la longueur JH. Comme l'unité vaut 40 cm, on a donc JH $=40\times0,402\approx16,08$ cm.
3. **a.** La droite (CO) est un diamètre du cercle donc un de ses axes de symétrie ; le point G est le symétrique de H autour de cet axe, d'où $y_G\approx0,402$ et $x_G=-1,5$;
   b. Voir l'annexe.

Partie B : Étude de l'assise

1. Voir l'annexe 1.

2. Voir l'annexe 1.
3. On a $f'(x) = -3 \times 0,3x^2 + 0,5 = 0,5 - 0,9x^2$.
4. On a donc $f'(1) = 0,5 - 0,9 \times 1^2 = 0,5 - 0,9 = -0,4 = -\dfrac{2}{5}$.
   On part donc du point de coordonnées (1 ; 1), on se déplace horizontalement à droite de 1 unité puis vers le bas de 0,4 unité pour obtenir un autre point de la tangente.
5. **a.** On résoud :
   $f'(x) = 0 \iff 0,5 - 0,9x^2 = 0 \iff 5 = 9x^2 \iff \dfrac{5}{9} = x^2$. Cette équation a deux solutions opposées : $x = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ou $x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

   b. On sait que le trinôme $0,5 - 0,9x^2$ est négatif (signe de $-0,9$) sauf entre les racines que l'on vient de trouver. Donc :
   – $f'(x) < 0$ sur $\left]-\dfrac{\sqrt{5}}{3}\ ;\ \dfrac{\sqrt{5}}{3}\right[$;
   – $f'(x) > 0$ sur $\left[-2\ ;\ -\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right[$ et sur $\left]\dfrac{\sqrt{5}}{3}\ ;\ 1\right]$;
   –$f\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right) = f\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right) = 0$.

   c. Le signe de la dérivée trouvé à la question précédente donne les variations de la fonction f :

x	-2		$-\frac{\sqrt{5}}{3}$		$\frac{\sqrt{5}}{3}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$2,2$	$\searrow$	$\approx 0,55$	$\nearrow$	$\approx 1,05$	$\searrow$	-1

Partie C : Étude du repose-pieds

1. La troisième condition impose que les courbes $\mathscr{F}$ et $\mathscr{P}$ ont la même tangente au point d'abscisse 1.
2. — A(1 ; 1) appartient à $\mathscr{P}$ entraîne $g(1) = 1 = a + b + c$;
   — L(2 ; 0,5) appartient à $\mathscr{P}$ entraîne $g(2) = 0,5 = 4a + 2b + c$;
   — le raccord avec l'assise, au point A, est *lisse*, c'est-à-dire que $f'(1) = g'(1)$ soit avec $g'(x) = 2ax + b$, $g'(1) = 1 = 2a + b$.

   Ls trois nombres a, b, c vérifient donc le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a + b + c &=& 1\\ 4a + 2b + c &=& 0,5\\ 2a + b &=& -\dfrac{2}{5}\end{array}\right.$$

3. En isolant l'inconnue c dans la première équation et en reportant cette valeur de c dans la deuxième équation, on obtient le système équivalent :

$$\left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1-a-b \\ 4a+2b+1-a-b & = & 0,5 \\ 2a+b & = & -\dfrac{2}{5} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1-a-b \\ 3a+b+1 & = & 0,5 \\ 2a+b & = & -\dfrac{2}{5} \end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1-a-b \\ 3a+b & = & -0,5 \\ 2a+b & = & -0,4 \end{array}\right. .$$

4. En soustrayant la troisième équation de la deuxième, on obtient le système :

$$\left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1-a-b \\ a & = & -0,1 \\ 2a+b & = & -0,4 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1-(-0,1)-b \\ a & = & -0,1 \\ -0,2+b & = & -0,4 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1,1-b \\ a & = & -0,1 \\ b & = & -0,2 \end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1,1+0,2 \\ a & = & -0,1 \\ b & = & -0,2 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c r} c & = & 1,3 \\ a & = & -0,1 \\ b & = & -0,2 \end{array}\right.$$

5. Voir l'annexe 1.

Exercice 2 — 5 points

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes

1. Le théorème d'Al Kashi permet d'écrire :
$\text{BC}^2 = \text{AB}^2+\text{AC}^2-2\times\text{AB}\times\text{AC}\times\cos\widehat{\text{BAC}} \iff 9^2 = 5^2+7^2-2\times5\times7\times\cos\widehat{\text{BAC}} \iff$
$81 = 74-70\cos\widehat{\text{BAC}} \iff 70\cos\widehat{\text{BAC}} = -7 \iff \cos\widehat{\text{BAC}} = -\dfrac{7}{70} = -0,1.$
La calculatrice donne $\widehat{\text{BAC}} \approx 95,7$ soit environ 96°.

2. $10\log\left(\dfrac{I}{10^{-7}}\right) = 20 \iff \log\left(\dfrac{I}{10^{-7}}\right) = 2 \iff \log I - \log\left(10^{-7}\right) = 2 \iff \log I = 2-7\log 10 \iff \log I = -5 \iff I = 10^{-5}.$

3.
   a. L'arc DE a pour représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{l c l} x(t) & = & 2\cos t \\ y(t) & = & 2\sin t \end{array}\right.$.

   b. L'équation proposée n'est pas celle de l'ellipse passant par E et dont le petit axe est [AB] ; en effet les coordonnées de E ne vérifient pas l'équation : $\dfrac{}{16}+0=1$ est une égalité fausse.

   L'ellipse a pour équation $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1.$

4. Dans le repère $\left(\text{E}\,;\ \overrightarrow{\text{EA}},\ \overrightarrow{\text{EF}},\ \overrightarrow{\text{EH}}\right)$, on a $\overrightarrow{\text{BD}}\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{DE}}\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix}$.

   Le produit scalaire $\overrightarrow{\text{BD}}\cdot\overrightarrow{\text{DE}} = 0\times(-1)+(-1)\times0+1\times(-1) = 0+0-1 \neq 0$: les deux vecteurs ne sont pas orthogonaux.

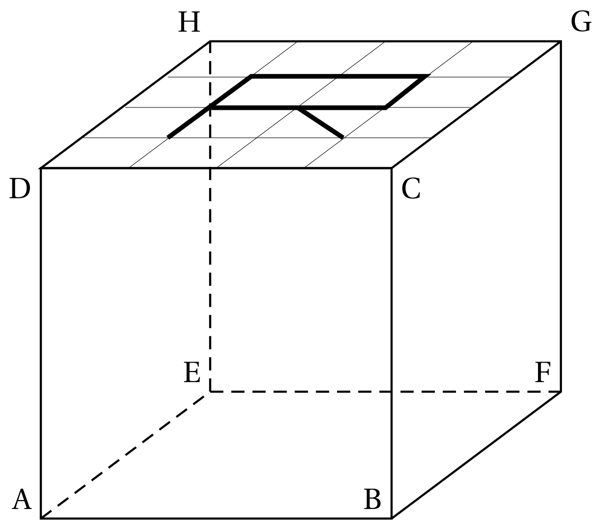
EXERCICE 3 **6 points**

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A : Un pavage

1. **Réalisation du pavage**
   Voir l'annexe ; les deux vecteurs sont en rouge et bleu.
2. **Etude du pavage**
   a. On passe du carreau 1 au 2 par la symétrie centrale autour de A (voir l'annexe).
   b. On passe du carreau 1 au 3 par la symétrie centrale autour de B (voir l'annexe).
   c. Il y a plusieurs solutions ; par exemple une translation verticale de vecteur (0 ; 2) et une symétrie axiale autour de la droite (d).

Partie B : Modèle en perspective

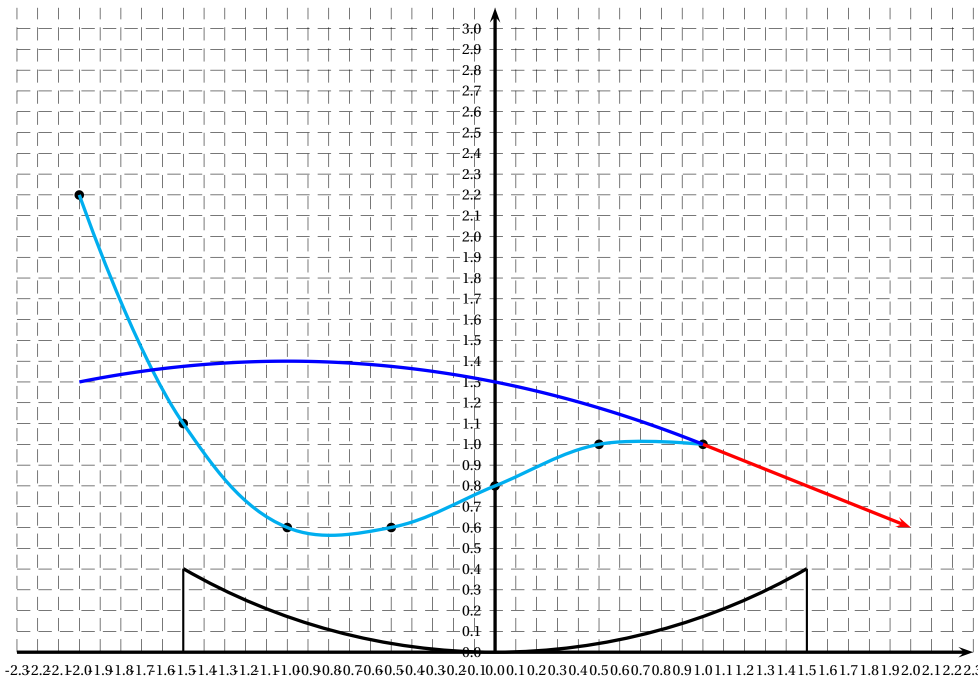


1. (AE) et (BF) sont parallèles, donc (ae) et (bf) sont sécantes au point de fuite.
   (AB) et (EF) sont parallèles, donc (ab) et (ef) sont parallèles.
2. (bf) et (cg) sont sécantes au point de fuite.
3. Voir l'annexe.
4. Voir l'annexe.
5. Voir l'annexe.

Annexe 1 à rendre avec la copie

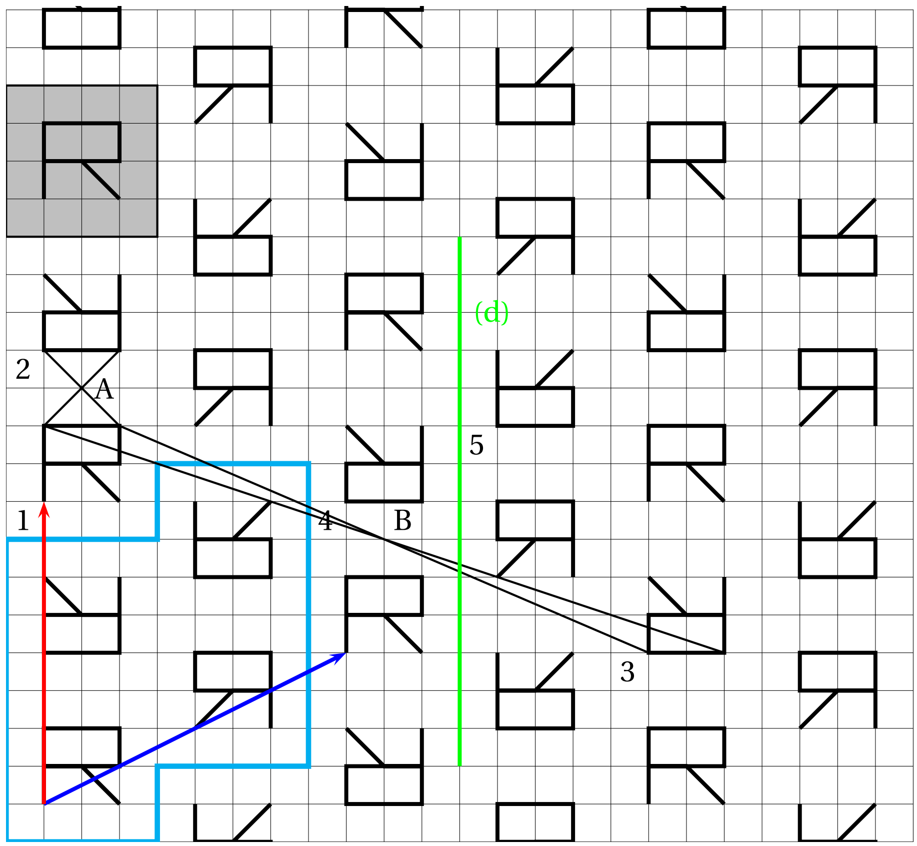
EXERCICE 1

x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1
$f(x)$	2,2	1,1	0,6	0,6	0,8	1,0	1



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 - Partie A



EXERCICE 3 - Partie B