Corrigé du baccalauréat STD2A
Métropole–La Réunion 18 juin 2019

EXERCICE 1 **9 points**

Partie A : l'arc de cercle $\mathscr{C}$

1. Le centre du cercle a pour coordonnées $(75\,;\,25)$, c'est le point E et son rayon est égal à 25.
2. Pour $t = \dfrac{\pi}{2}$, on a $x = 75+0 = 75$ et $y = 2525 = 50$. Donc D$(75\,;\,50)$ appartient bien à l'arc de cercle.
3. Pour $t = 0$, on obtient le point de coordonnées $x = 75+25 = 100$ et $y = 25+0 = 25$: c'est le point C. L'arc de cercle est donc limité par les points C et D.
   Voir l'annexe 1.
4. **a.** Voir l'annexe.
   b. La tangente est horizontale, donc son coefficient directeur est égal à 0.

Partie B : l'arc d'ellipse $\mathscr{E}$

1. Avec les données on sait qu'une équation cartésienne de l'ellipse est :
$$\frac{(x-50)^2}{50^2}+\frac{(y-25)^2}{25^2} = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{(x-50)^2}{2\,500}+\frac{(y-25)^2}{625} = 1.$$
2. Voir l'annexe.

Partie C : La courbe $\mathscr{L}$

1. $\text{A}(0\,;\,125) \in \mathscr{L} \iff 0+0+0+125 = c$, donc $c = 125$.
2. On a $f'(x) = 3\times(-0{,}000\,6)x^2+2ax+b = -0{,}001\,8x^2+2ax+b$.
3. **a.** • La courbe $\mathscr{L}$ passe par D si $50 = -0{,}000\,6\times 75^3+a\times 75^2+75b+125$, donc si $0 = -0{,}000\,6\times 75^3+a\times 75^2+75b+75$ ou en simplifiant par 75 $0 = -0{,}000\,6\times 75^2+a\times 75+b+1$ ou $0 = -3,375+75a+b+1$ et enfin $75a+b = 2,375$.
   • On a vu que la tangente au point D est la droite (T) qui horizontale donc de coefficient directeur nul. On a doit donc avoir $f'(75) = 0$ soit $-0{,}001\,8\times 75^2+2a\times 75+b = 0$ et enfin $150a+b = 10,125$.

b. $\left\{\begin{array}{l c l}75a+b&=&2,375\\150a+b&=&10,125\end{array}\right.$ entraîne $\left\{\begin{array}{l c l}b&=&2,375-75a\\150a+b&=&10,125\end{array}\right.$

et en remplaçant dans la seconde équation

$150a+2,375-75a=10,125$, d'où $75a=7,75$ et

$a=\dfrac{7,75}{75}=\dfrac{775}{7\,500}=\dfrac{25\times 31}{25\times 300}=\dfrac{31}{300}$.

On en déduit $b=2,375-75a=2,375-75\times\dfrac{31}{300}=2,375-\dfrac{75\times 31}{75\times 4}=$

$2,375-\dfrac{31}{4}=2,375-7,75=-5,375$.

On admet dans la suite de l'exercice que :

$$f(x)=-0{,}000\,6x^3+300x^2-5,375x+125 \text{ sur l'intervalle } [0\,;\,75].$$

4. Sur l'annexe 1 à rendre avec la copie, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira les valeurs à l'unité). Puis tracer une esquisse de la courbe $\mathcal{L}$.

5. Le rocking chair est posé au sol et adossé à un mur. La courbe $\mathcal{L}$ modélise le profil de l'assise du rocking chair et le point F modélise le point de contact avec le sol. Le point le plus bas du profil de l'assise du rocking chair est-il plus proche du mur que le point de contact avec le sol ?

(*Dans cette question, on veillera à faire figurer sur la copie toute trace de recherche même incomplète.*)

EXERCICE 2 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

1. On considère un triangle ABC tel que AB = 6 cm, BC = 7 cm et $\widehat{\text{ABC}}=50°$.

On a :

$\text{AC}^2=\text{AB}^2+\text{BC}^2-2\text{ABBC}\cos\widehat{\text{ABC}}$

$\text{AC}^2=6^2+7^2-2\times 6\times 7\cos 50=36+49-84\cos 50\approx 31,01$, d'où $\text{AC}\approx\sqrt{31,01}\approx 5,57\approx 5,6$.

2. La valeur exacte de la solution de l'équation $3\log x+2=0$ est :

On a $3\log x+2=0 \iff 3\log x=-2 \iff \log x=-\dfrac{2}{3}$.

Or par définition : $\log x=-\dfrac{2}{3} \iff x=10^{-\frac{2}{3}}$.

3. On souhaite réaliser un pavage à l'aide de tomettes, composées de six triangles équilatéraux de côté 5 cm. La valeur exacte de l'aire en cm^2 d'une tomette est :

L'aire d'un triangle est $\dfrac{5\times 5\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$, donc l'aire de la tomette est égale à :

$6\times\dfrac{5\times 5\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=75\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Réponse a.

4. **Réponse** : d.

5. Avec $x = 0$, l'équation donne :
$\dfrac{1}{9} + \dfrac{(y+2)^2}{8} = 1$, soit $\dfrac{(y+2)^2}{8} = \dfrac{8}{9}$ ou
$(y+2)^2 = \dfrac{64}{9}$, puis $(y+2)^2 = \left(\dfrac{8}{3}\right)^2$ et
$(y+2)^2 - \left(\dfrac{8}{3}\right)^2 = 0$ soit $\left(y+2+\dfrac{8}{3}\right)\left(y+2-\dfrac{8}{3}\right) = 0$ et enfin $\left(y+\dfrac{14}{3}\right)\left(y-\dfrac{2}{3}\right) = 0$
Cette équation a deux solutions : $-\dfrac{14}{3}$ et $\dfrac{2}{3}$: réponse b.

EXERCICE 3 — 6 points

Partie A : Étude de la pyramide

1. On a E(0 ; 0 ; 8), G(8 ; 8 ; 8). S est le milieu de [EG], donc S(4 ; 4 ; 8).
A′(3 ; 0 ; 0), B′(6 ; 0 ; 0).
B(8 ; 0 ; 0) et C(8 ; 8 ; 0) et C' est le milieu de [BC], donc C′(8 ; 4 ; 0)
2. On a $\mathrm{B'B} = 8-3-3 = 2$ et $\mathrm{BC'} = 4$. Le triangle B′BC′ est rectangle en B, donc d'après Pythagore :
$\mathrm{B'C'}^2 = \mathrm{B'B}^2 + \mathrm{BC'}^2 = 2^2 + 3^2 = 13$, d'où $\mathrm{B'C'} = \sqrt{13}$.
Comme $\mathrm{A'B'} = 3$ et $\mathrm{B'C'} = \sqrt{13}$ et que $3 \neq \sqrt{13}$ (les carrés sont 9 et 13) la base de la pyramide n'est pas un polygone régulier.
3. Avec S(4 ; 4 ; 8) et A′(3 ; 0 ; 0), on en déduit que $\mathrm{SA'}^2 = (3-4)^2 + (0-4)^2 + (0-8)^2 = 1 + 16 + 64 = 81 = 9^2$, d'où $\mathrm{SA'} = 9$.
Avec S(4 ; 4 ; 8) et B′(6 ; 0 ; 0), on en déduit que $\mathrm{SA'}^2 = (6-4)^2 + (0-4)^2 + (0-8)^2 = 4 + 16 + 64 = 84$, d'où $\mathrm{SA'} = \sqrt{84}$.
Dans le triangle SA′B′ on a la relation :
$\mathrm{A'B'}^2 = \mathrm{A'S}^2 + \mathrm{B'S}^2 - 2\mathrm{A'S} \times \mathrm{B'S} \cos \widehat{\mathrm{A'SB'}}$, soit
$3^2 = 81 + 84 - 2 \times 9 \times \sqrt{84} \cos \widehat{\mathrm{A'SB'}}$ ou
$18 \times \sqrt{84} \cos \widehat{\mathrm{A'SB'}} = 81 + 84 - 9 = 156$, d'où
$\cos \widehat{\mathrm{A'SB'}} = \dfrac{156}{18 \times \sqrt{84}} \approx 0{,}945\,6$.
La calculatrice donne $\widehat{\mathrm{A'SB'}} \approx 18{,}98$, soit 19°à l'unité près.

Partie B : Représentation en perspective centrale

1. Voir à la fin.
2. Non dans une perspective centrale en dehors des plans frontaux le milieu n'est pas conservé.

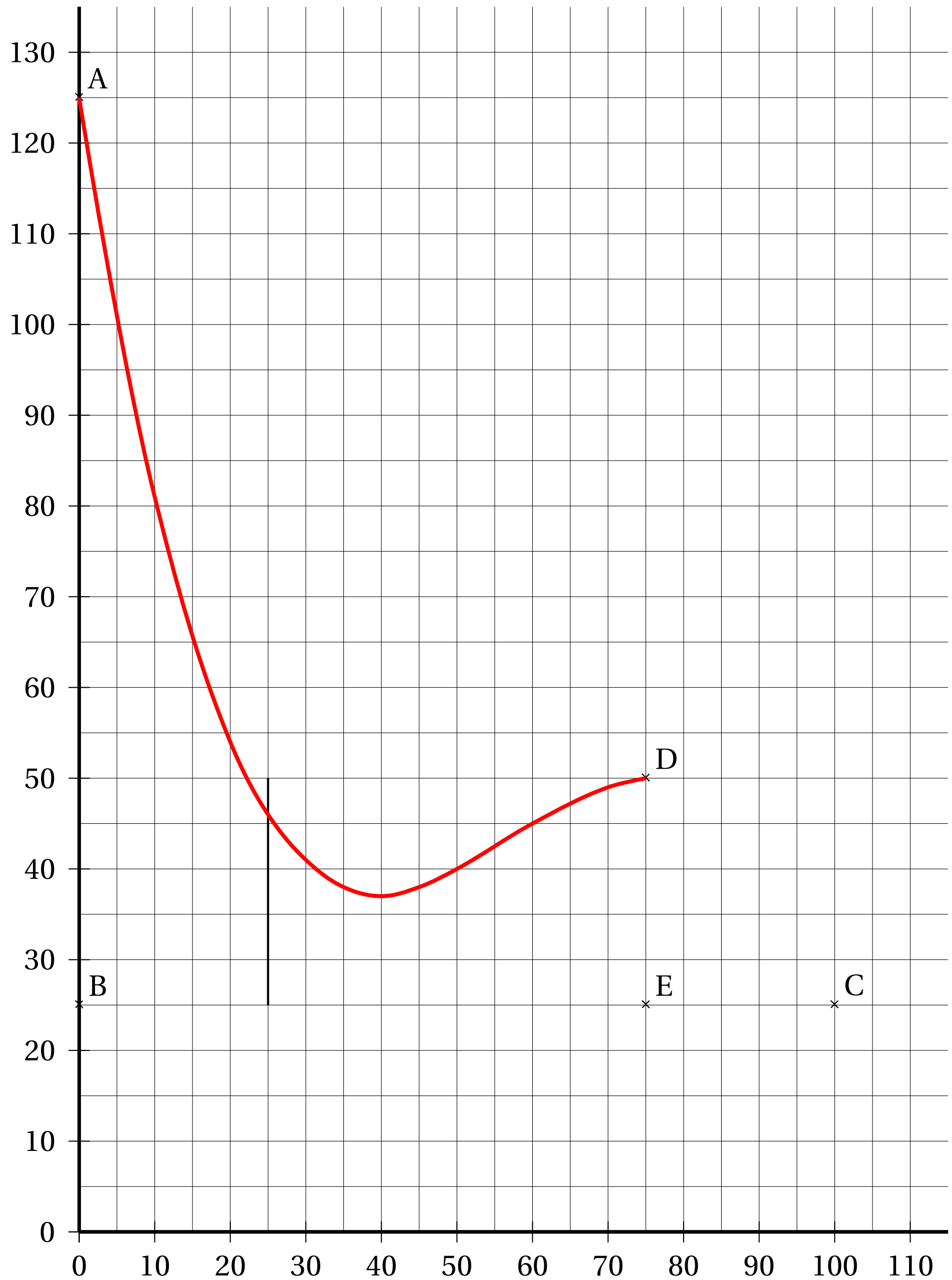
3. Voir l'annexe à la fin.

4. Terminer la représentation en perspective centrale $sa'b'c'd'e'f'$ de la pyramide $\mathrm{SA'B'C'D'E'F'}$.

On soignera le tracé et on repassera la pyramide en couleur.

Annexe 1 : (à rendre avec la copie)

Exercice 1 : Parties A, B et C



Exercice 1 Partie C question 4

x	0	10	20	25	30	35	40	45	50	60	70	75
$f(x)$	125	81	54	46	41	38	37	38	40	45	49	50

Annexe 2 : (à rendre avec la copie)

Exercice 3 : Partie B