Corrigé du baccalauréat Métropole 18 juin 2014
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Partie A

1. On voit sur l'annexe 1 que la longueur du demi-grand axe est égale à 5 cm et celle du petit est égale à 4 cm

2. $B(5\,;\,2,4) \in \mathscr{E} \iff \dfrac{(5-9)^2}{25} + \dfrac{2,4^2}{16} = 1 \iff \dfrac{16}{25} + \dfrac{5,76}{16} = 1 \iff \dfrac{16\times 16 + 5,76\times 25}{25\times 16} = \dfrac{256+144}{400} = 1 \iff \dfrac{400}{400} = 1$ égalité vraie, donc B appartient à l'ellipse $\mathscr{E}$.

Partie B

1. **a.** On a $f'(x) = 2ax + b$.

   b. Le coefficient directeur de la tangente en A à la parabole $\mathscr{P}$ est égal au nombre dérivé de la la fonction pour $x = 0$, abscisse de A.

   On a $\left\{\begin{array}{l} A \in \mathscr{P} \\ B \in \mathscr{P} \\ f'(0) = 0 \end{array}\right.$ soit $\left\{\begin{array}{lcl} a\times 0^2 + b\times 0 + c & = & 0,5 \\ a\times 5^2 + b\times 5 + c & = & 2,4 \\ 2a\times 0 + b & = & 0 \end{array}\right.$

   c. On résout le système :

   $$\left\{\begin{array}{lcl} c & = & 0,5 \\ 25a + 5b + 0,5 & = & 2,4 \\ b & = & 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} 25a & = & 1,9 \\ b & = & 0 \\ c & = & 0,5 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} a & = & 0,076 \\ b & = & 0 \\ c & = & 0,5 \end{array}\right.$$

   Donc $f(x) = 0,076x^2 + 0,5$.

2. **a.**

x	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2	1,4	1,7	2,0	2,4

   b. Voir à la fin.

Partie C

1. Sur l'annexe la longueur de la raquette est égale à 19,5 cm. Donc la raquette réelle a une longueur de :

   $19,5 \times \dfrac{7}{2} = 68,25$ cm.

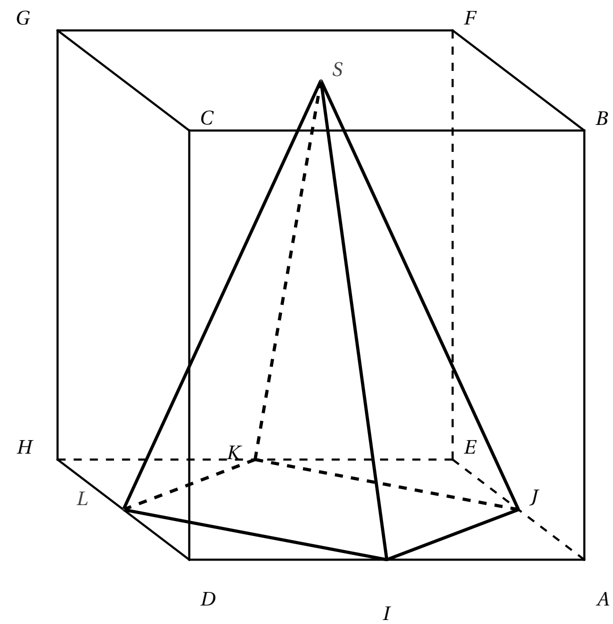
2. L'aire du tamis est donc égale à : $\pi \times 5 \times \dfrac{7}{2} \times 4 \times \dfrac{7}{2} = 245\pi \approx 770$ cm^2.

3. La longueur est correcte, mais le tamis est trop grand de 60 cm^2. Ce n'est pas une raquette de compétition.

EXERCICE 2 **7 points**

Un presse papier est constitué d'une pyramide $SIJKL$ à base carrée inscrite dans un cube transparent $ABCDEFGH$.

Il est représenté ci-dessous en perspective cavalière.



Partie A : Représentation en perspective centrale

1. Les droites (gf) et (cb) sont parallèles à la ligne d'horizon.
2. **a.** Puisque $ABCDEFGH$ est un cube, la droite (CG) est perpendiculaire au plan frontal $(ABCD)$.

   b. La droite (BF) dans l'espace est perpendiculaire au plan frontal $(ABCD)$.
3. Le point d'intersection des droites (cg) et (bf) sur la ligne d'horizon est le point de fuite.
4. Voir à la fin
5. Les droites (ij) et (jk) sont sécantes en un point de la droite d'horizon.

Partie B : Calculs de longueurs, d'un angle et d'une aire

1. En supposant que le cube a une arête de 8 cm, on a $AI = AJ = 4$, donc dans le triangle rectangle A, AIJ, $IJ = 4\sqrt{2}$.

   En projetant S sur la base $AEHD$ en O, le triangle SOI est rectangle en O et le théorème de Pythagore s'écrit :

   $SI^2 = SO^2 + OI^2$ soit $SI^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80 = 16 \times 5$, donc $SI = 4\sqrt{5}$ cm.
2. La pyramide est régulière donc $SI = SJ = 4\sqrt{5}$.

   Dans le triangle ISJ, la relation d'Al-Kashi s'écrit :

   $IJ^2 = SI^2 + SJ^2 - 2 \times SI \times SJ \times \cos\widehat{ISJ}$ ou encore :

   $\cos\widehat{ISJ} = \dfrac{SI^2 + SJ^2 - IJ^2}{2 \times SI \times SJ} = \dfrac{80 + 80 - 32}{2 \times 4\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}} = \dfrac{128}{160} = \dfrac{4}{5} = 0,8.$

   La calculatrice donne $\widehat{ISJ} \approx 36,9$ °.

3. Figure : voir à la fin. On a tracé un triangle rectangle isocèle de côtés 4 et un triangle recta ongle de côtés 4 et 8.

En prenant comme base $[IJ]$, la hauteur de mesure h issue de S dans le triangle isocèle vérifie (Pythagore) :

$\left(4\sqrt{5}\right)^2 = h^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2$, soit $h^2 = 80 - 32 = 48 = \left(4\sqrt{3}\right)^2$, donc $h = 4\sqrt{3}$.

L'aire du triangle SIJ est donc égale à :

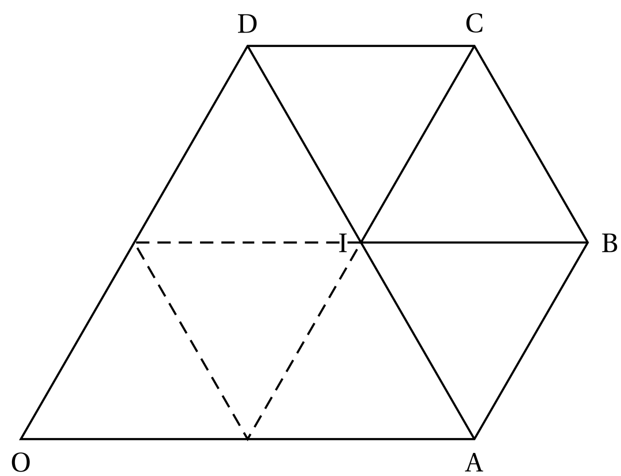
$\dfrac{4\sqrt{2} \times 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6}\ \text{cm}^2$.

EXERCICE 3 **6 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Pentagone

1. Constructions sur la copie :



2. IAB est équilatéral donc $IA = IB$ et $\widehat{AIB} = 60°$;

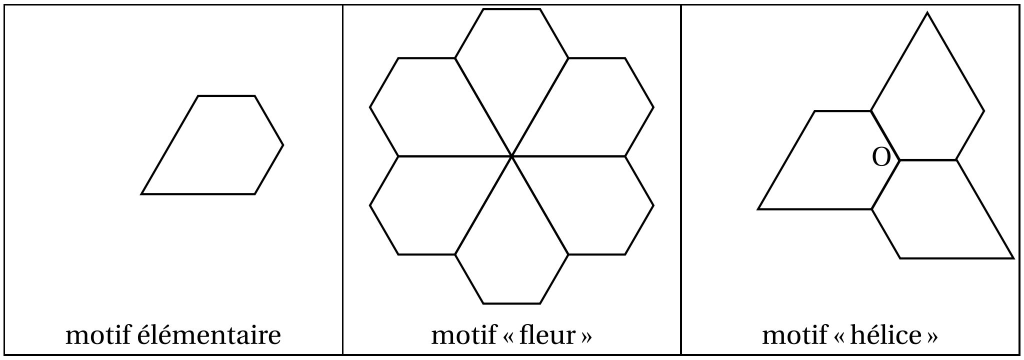
ICD est équilatéral donc $ID = IC$ et $\widehat{DIC} = 60°$;

Donc par transitivité $IB = IC$: le triangle IBC est isocèle et $\widehat{BIC} = 60°$: les deux autres angles ont pour mesure 60°, le triangle est donc équilatéral.

3. Voir la figure ci-dessus.

Partie B : Pavage

1. On considère le motif élémentaire ainsi que les deux motifs « fleur »et « hélice »suivants :



a. La « fleur » est obtenue à partir de cinq rotations de centre la « pointe » et d'angle 60, 120, 180, 240 et 300°.

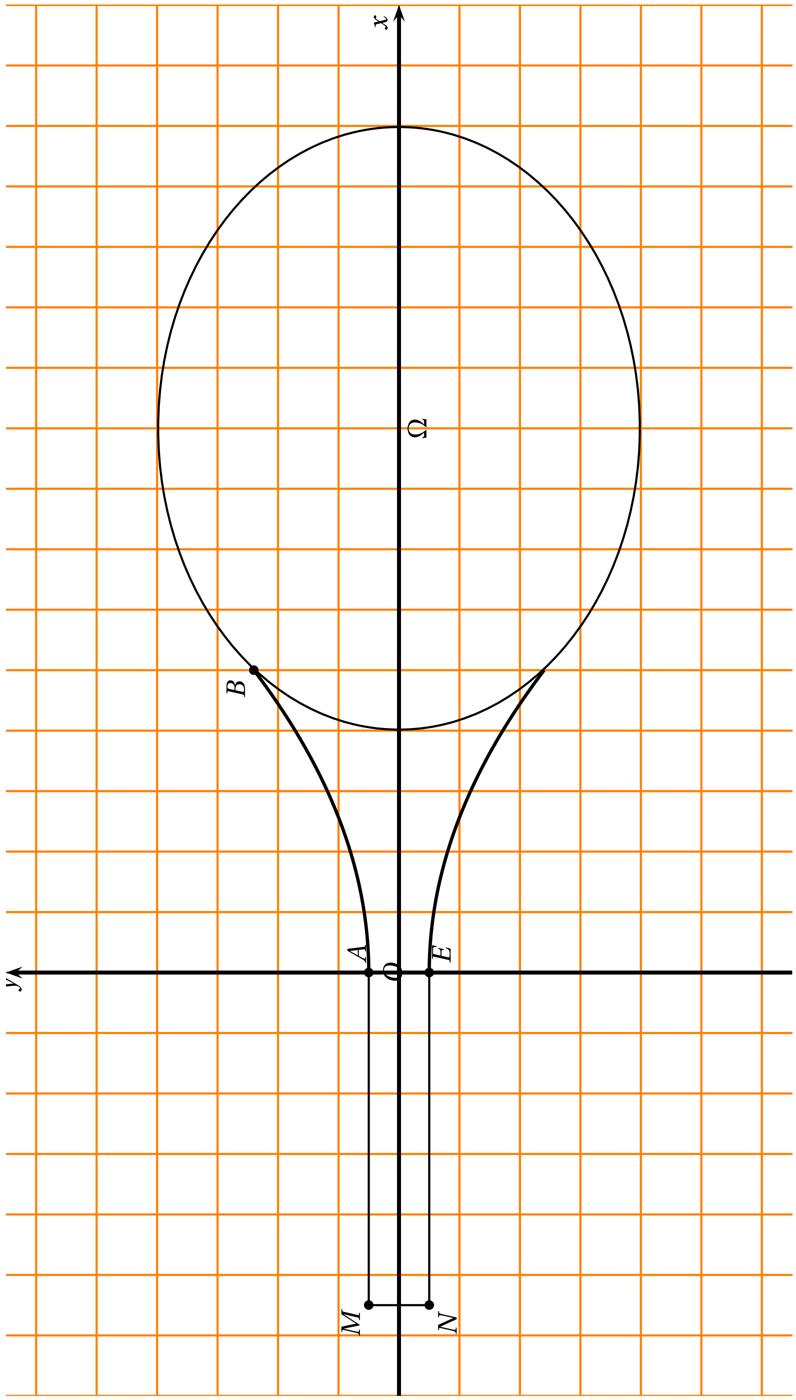
b. Le motif « hélice » est obtenu par rotations du motif élémentaire de centre O et d'angles 120, puis 240°.

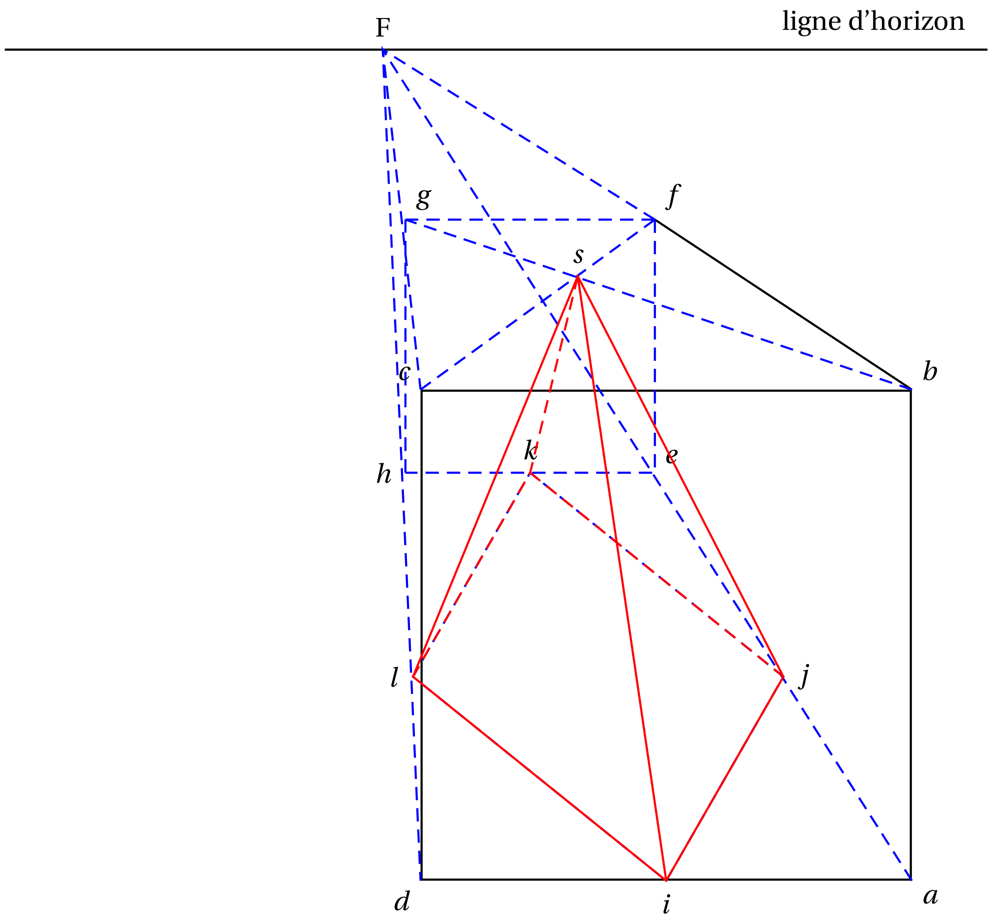
2. **a.** En utilisant les translations de vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ appliqué au motif « fleur » on retrouve le pavage du plan.

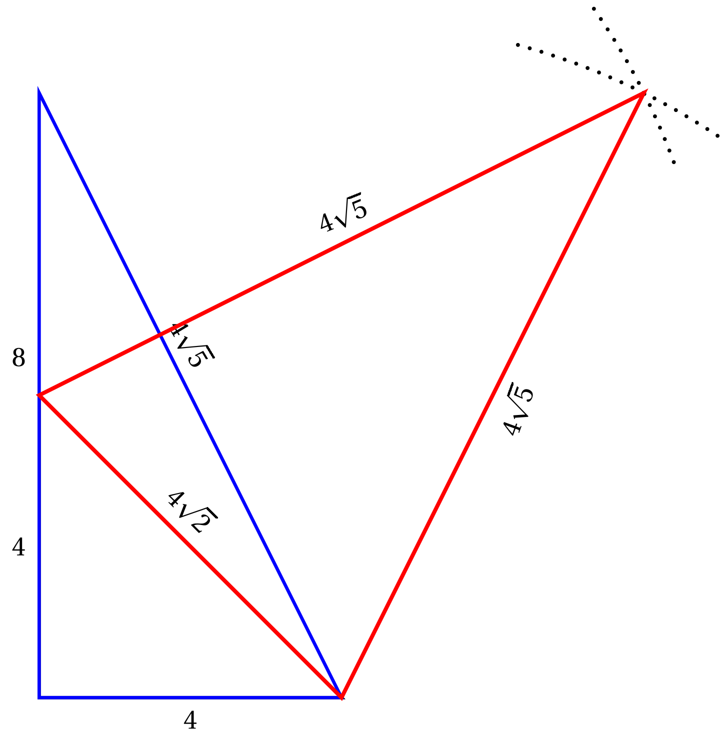
b. À partir d'une hélice on fait tourner celle-ci par rotation de multiples de 60° autour d'une des pointes.

3. La fleur ne permet pas de construire un damier ; l'hélice oui ; voir plus bas un début du coloriage.

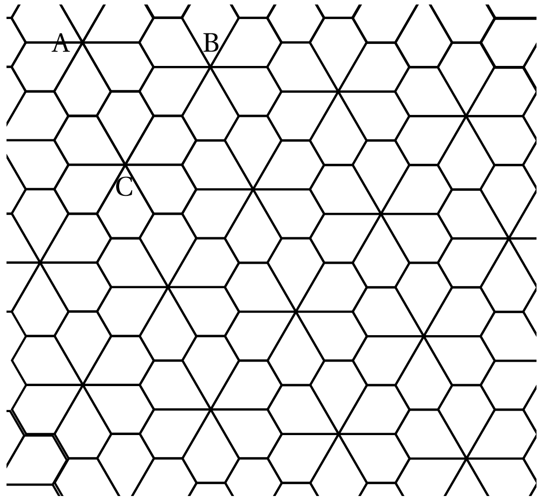
Annexe 1 – Exercice 1 (à rendre avec la copie)




ligne d'horizon
F
g
f
s
c
b
k
h
e
l
j
d
i
a

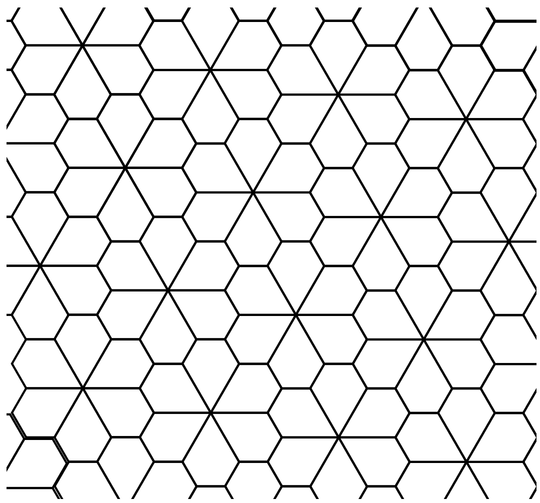


$4\sqrt{5}$
$4\sqrt{5}$
$4\sqrt{5}$
$4\sqrt{2}$
8
4
4



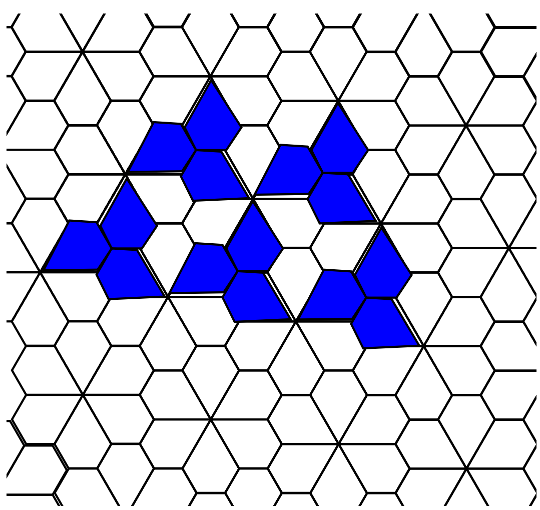
Annexe 3a

(à rendre avec la copie)



Annexe 3b

(à rendre avec la copie)



Annexe 3c

(à rendre avec la copie)