Corrigé du baccalauréat Métropole–La Réunion STD2A juin 2016

EXERCICE 1 **8 points**

Partie A : étude des différentes parties composant la montre-bracelet

1. **La partie montre**

   a. L'équation $\dfrac{(x-0)^2}{5^2}+\dfrac{(y-0)^2}{3^2}=1$ montre que l'ellipse est centrée à l'origine et que les axes ont pour longueur $2\times 5=10$ et $2\times 3=6$.

   b. On a $\dfrac{4^2}{25}+\dfrac{1,8^2}{9}=1 \iff \dfrac{16}{25}+\dfrac{3,24}{9}=1 \iff 0,64+0,36=1$; donc B est un point de l'ellipse $\mathscr{E}$.

   c. Le rayon de Γ est égal à 3 ; une équation de Γ est donc :
   $(x-0)^2+(y-0)^2=3^2 \iff x^2+y^2=9$.

   d. $\dfrac{\text{OK}}{\text{OH}}=\dfrac{5}{3}$.

2. **La partie bracelet**

$$f(x)=0,05x^2-0,8x+4,2.$$

   a. Pour B : si $x=4$, alors $f(4)=0,05\times 4^2-0,8\times 4+4,2=0,8-3,2+4,2=1,8$ qui est bien l'ordonnée de B.
   Pour C : si $x=8$, alors $f(8)=0,05\times 8^2-0,8\times 8+4,2=3,2-6,4+4,2=1$ qui est bien l'ordonnée de C.

   b. On a $f'(x)=0,1x-0,8$, donc $f'(8)=0,8-0,8=0$: le nombre dérivé est nul ce qui signifie que la tangente à la parabole $\mathscr{P}$ au point C est parallèle à l'axe (OI).
   D'après le résultat précédent le raccordement en C est dérivable.

   c. Pour la tangente à l'ellipse $\mathscr{E}$ au point B, le coefficient directeur est égal à $-0,8$.
   Pour la tangente à l'arc de parabole au point B, le nombre dérivé est égal à $f'(4)=0,1\times 4-0,8=0,4-0,8=-0,4$.
   Le raccordement en B n'est pas dérivable.

   d. Une représentation paramétrique du demi-cercle de diamètre [DE] est :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& \cos t+14\\ y &=& \sin t\end{array}\right., \quad t\in\left[-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right].$$

Partie B : nouveau modèle de montre-bracelet

1. On a sur l'intervalle $[0\,;\,8]$, $g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
2. On veut que $g'(0) = 0$.
   a. On a :
   $g(0) = d = 3\,;\quad g'(0) = c = 0\,;$
   $g(8) = 532a + 64b + 8c + d = 1\,;\quad g'(8) = 192a + 16b + c = 0.$
   b. Les réels a,b, c et d vérifient donc le système :
$$\left\{\begin{array}{lcl} d &=& 3\\ c &=& 0\\ 532a+64b+8c+d &=& 1\\ 192a+16b+c &=& 0\end{array}\right.$$
   c. Le système se simplifie en :
$$\left\{\begin{array}{lcl} 532a+64b+3 &=& 1\\ 192a+16b &=& 0\\ c &=& 0\\ d &=& 3\end{array}\right. \text{ ou } \left\{\begin{array}{lcl} 532a+64b &=& -2\\ 12a+b &=& 0\\ c &=& 0\\ d &=& 3\end{array}\right. \text{ et}$$
$$\left\{\begin{array}{lcl} 532a+64\times(-12a) &=& -2\\ b &=& -12a\\ c &=& 0\\ d &=& 3\end{array}\right.$$
   La première équation donne $532a - 768a = -2$ ou $-236a = -2$ et enfin $a = \dfrac{1}{118}$, puis $b = -12 \times \dfrac{1}{118} = -\dfrac{6}{59}$.
3. On admet que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,8]$, $g(x) = \dfrac{1}{128}x^3 - \dfrac{3}{32}x^2 + 3$.
   a. Voir l'annexe 2.
   b. Voir l'annexe 2.

EXERCICE 2 **7 points**

Partie A : construction d'un motif *pajarita* à partir d'un triangle équilatéral

1. Voir l'annexe.
2. Voir l'annexe.
3. Voir l'annexe

Partie B : quelques propriétés géométriques

1. **Tangente commune**

   a. Le centre de l'arc de cercle reliant les points B′ et C est le symétrique de K autour de B′, donc appartient au segment [KJ].

   b. La tangente à l'arc de cercle reliant les points A et B′ est perpendiculaire en B′ au rayon [KB′] ; sa symétrique autour de B′ est donc elle-même et c'est aussi la tangente en B′ à l'arc de cercle reliant B′ et C. Justifier.

2. **Tangente au sommet**

   a. On sait que dans le triangle (ABC), la droite des milieux (A′B′) est parallèle à la droite (AB).

   Or la droite (IJ) est la médiatrice de [BC′], donc est perpendiculaire à la droite (BC′).

   Conclusion : la droite $\left(\text{A}'\text{B}'\right)$ est perpendiculaire à la droite (IJ).

   b. Par symétrie autour de la droite (B′J), on a $\widehat{\text{B}'\text{CJ}} = \widehat{\text{B}'\text{A}'\text{J}} = 90°$.

   c. Toujours par symétrie autour de la droite (Δ'') la droite (B′C) perpendiculaire au rayon [JC] et donc tangente à l'arc de cercle reliant A′ et C a pour symétrique la droite (B′A′) qui perpendiculaire au rayon [JA′] est donc la tangente à l'arc de cercle reliant les points C et A′.

Partie C : pavage du plan

1. Il suffit de deux translations : celle de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ (en rouge) et celle de vecteur $\overrightarrow{\text{AC}}$ (en bleu).

   On peut aussi utiliser des rotations successives de 60°autour d'un sommet.

2. **a.** Voir à la fin le motif hexagonal en vert.

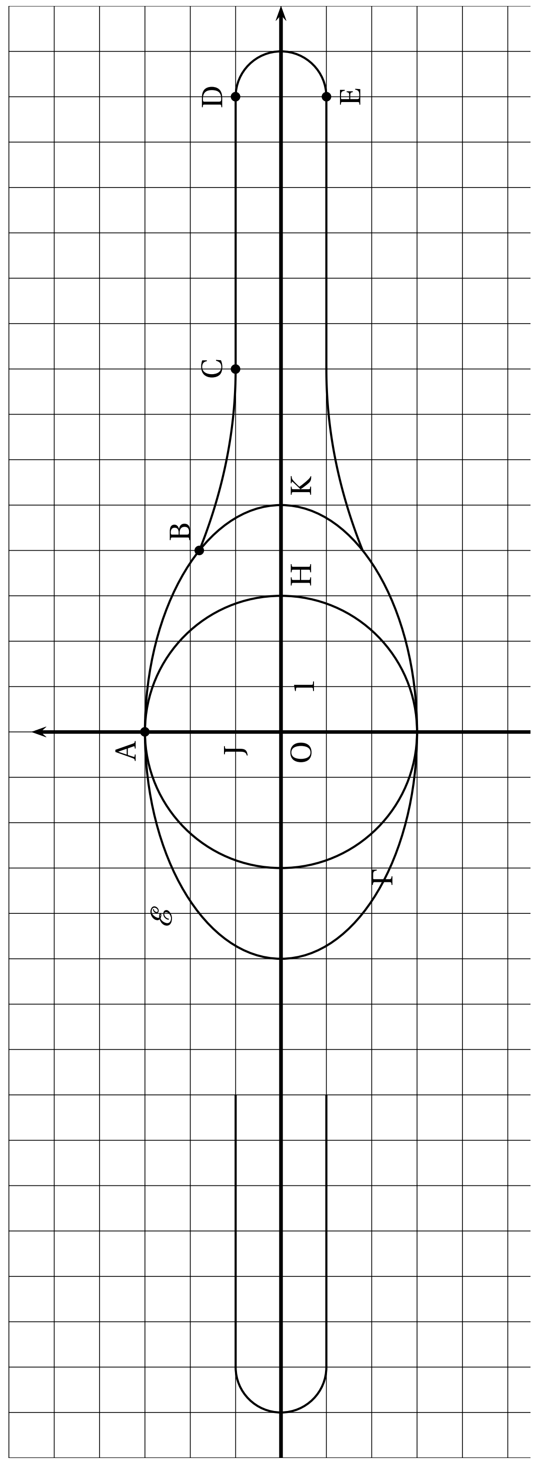
   b. On peut paver le plan à partir d'un motif hexagonal et des translations $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $2\overrightarrow{\text{AC}}$.

EXERCICE 3 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM)

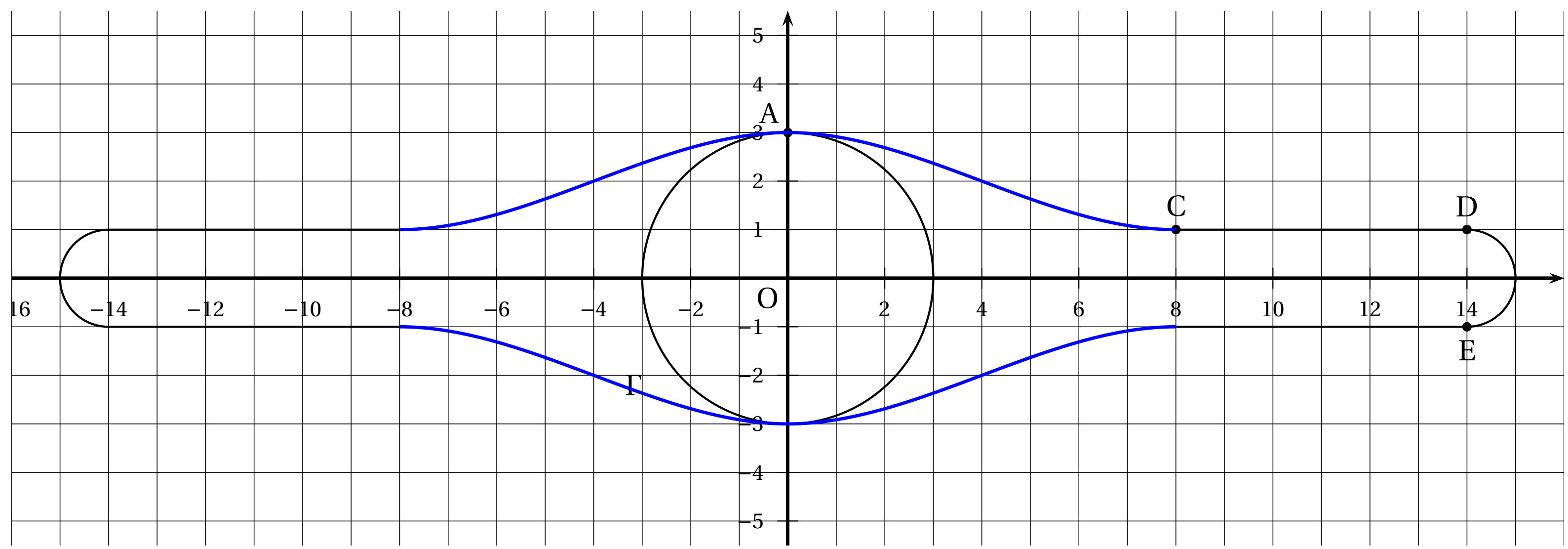
1. $\log\left(10^5 \times 2,2\right) \approx 5,34$.
2. $\overrightarrow{\text{CA}} \cdot \overrightarrow{\text{EH}} = \overrightarrow{\text{DA}} \cdot \overrightarrow{\text{AD}} = -9$.
3. $8 + 2x^3 = 20 \iff 2x^3 = 12 \iff x^3 = 6$, soit $x = 6^{\frac{1}{3}}$.
4. On a $\text{BC}^2 = \text{AC}^2 + \text{BA}^2 - 2\text{AB} \times \text{AC} \times \cos\widehat{\text{BAC}}$, soit $16 = 4 + 9 - 2 \times 2 \times 3 \times \cos\widehat{\text{BAC}} \iff 12\cos\widehat{\text{BAC}} = -3 \iff \cos\widehat{\text{BAC}} = -\dfrac{1}{4}$.
5. Le tétraèdre ABCD est invariant par la rotation d'axe (AH) et d'angle 120°.

Annexe 1



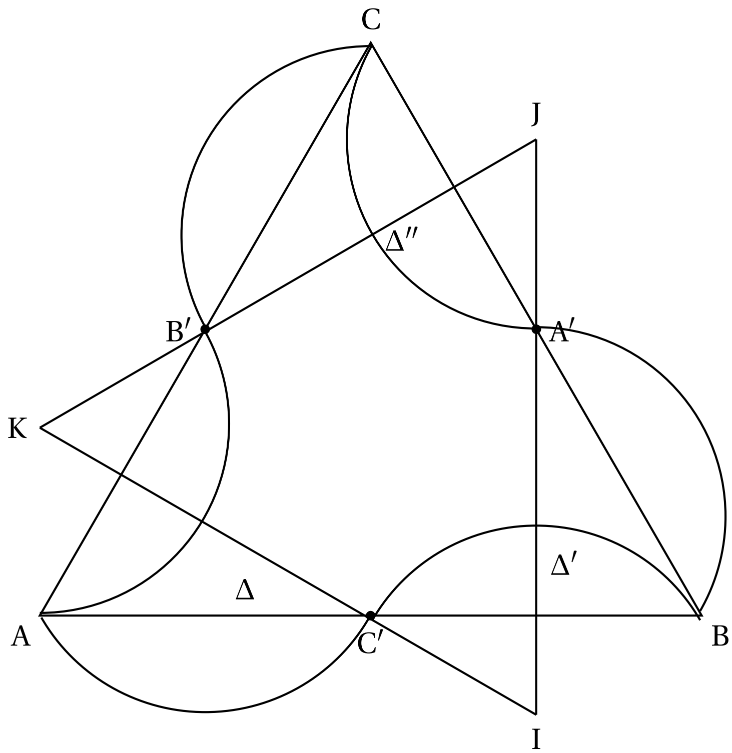
Annexe 2 à rendre avec la copie

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$g(x)$	3	2,9	2,7	2,4	2	1,6	1,3	1,1	1



Annexe 3 à rendre avec la copie

EXERCICE 2 – Partie A



EXERCICE 2 - Partie C