∽ Corrigé du baccalauréat Polynésie 11 juin 2015 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 — 5 points

1. On a $f(-1) = (-1)^2 - (-1) - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$: réponse **A.**
2. $\log\left(1,5 \times 10^{10}\right) = \log 1,5 + \log\left(10^{10}\right) = \log 1,5 + 10 \log 10 = \log 1,5 + 10$: réponse **A.**
3. D'après le théorème d'Al Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC$, soit :
   $81 = 16 + 49 - 2 \times 4 \times 7 \times \cos\widehat{BAC}$ d'où $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{65-81}{56} = \dfrac{-16}{56} = \dfrac{-2}{7}$.
   La calculatrice donne $\widehat{BAC} \approx 106,6\,°$ au dixième près. Réponse **A.**
4. Avec $\overrightarrow{u}\,(4~;~0)$, $\overrightarrow{v}\,(-2~;~3)$, $\overrightarrow{w}\,(1~;~3)$, on calcule :
   - $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w} = 4 - 0 = 4$;
   - $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w} = \left\|\overrightarrow{u}\right\| \times \left\|\overrightarrow{w}\right\| \times \cos\left(\overrightarrow{u}~,~\overrightarrow{w}\right) = 4 \times \sqrt{10} \times \cos\left(\overrightarrow{u}~,~\overrightarrow{w}\right)$.

   En égalant ces deux écritures on trouve que $\cos\left(\overrightarrow{u}~,~\overrightarrow{w}\right) = \dfrac{4}{4\sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$. Réponse **C.**
5. L'ellipse centrée à l'origine et dont les demi-axes mesurent respectivement 6 et 5 a pour équation :
   $\dfrac{x^2}{6^2} + \dfrac{y^2}{5^2} = 1$ ou $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{25} = 1$, et en multipliant les deux membres par 36×25 :
   $25x^2 + 36y^2 = 900$. Réponse **A.**

EXERCICE 2 — 8 points

1. $C(0~;~2) \in \mathcal{C}_f \iff 2 = a \times 0^3 + 3 \times 0^2 + b \iff 2 = b$;
   $D(2~;~6) \in \mathcal{C}_f \iff 6 = a \times 2^3 + 3 \times 2^2 + b \iff 6 = 8a + 12 + b \iff -6 = 8a + b$.
   a et$b$ sont donc les solutions du système :

$\left\{\begin{array}{l c l} b & = & 2\\ 8a+b & = & -6 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b & = & 2\\ 8a+2 & = & -6 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b & = & 2\\ 8a & = & -8 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} b & = & 2\\ a & = & -1 \end{array}\right.$ (0)La fonction $f$est donc définie par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$.

$f'(x) = -3x^2 + 2 \times 3x = -3x^2 + 6x$.

1. La tangente à [BC] au point C est la droite (BC) ;
   $f'(0) = 0$, donc la tangente à la la courbe $\mathcal{C}_f$ au point C est la droite horizontale contenant le point C, donc la droite (BC).
2. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E est le nombre dérivé $f'(3) = -3 \times 3^2 + 6 \times 3 = -27 + 18 = -9$. Ce coefficient directeur correspond (calculatrice) à un angle de $-83,7\,°$ environ : la tangente n'est donc pas verticale : ce n'est pas la droite (EF).

$f'(x) = -3x^2 + 6x = 3x(2 - x)$.
Comme $x \geqslant 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $2 - x$.
- si $0 < x < 2$, $f'(x) > 0$;
- si $2 < x < 3$, $f'(x) < 0$;

De la question précédente on déduit que :
- f est croissante sur $[0~;2]$ de $f(0) = 2$ à $f(2) = -8 + 12 + 2 = 6$;
- f est décroissante sur $[2~;3]$ de $f(2) = 6$ à $f(3) = -27 + 27 + 2 = 2$.

Sachant de plus que l'abscisse du point A vaut -4, réaliser dans le repère donné en annexe 1, un profil précis de la chauffeuse.

EXERCICE 3 **7 points**

1. **a.** Le point de fuite principal ω est le point d'intersection de la ligne d'horizon et de la droite (cf).

   b. f' est le point d'intersection de la droite $(c'\omega)$ et de la verticale contenant f.

   CC′F′F étant un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu ; on trace les droites (cf') et $(c'f)$ qui se coupent en un point i. Par ce point on trace la parallèle à (cc') qui coupe $(c\omega)$ en e et $(c'\omega)$ en e'.

   c. Le quadrilatère EE′D′D est un parallélogramme donc les diagonales sont sécantes en leur milieu. On construit le milieu i de (ff'). La droite $(e'i)$ coupe la droite $(c\omega)$ en d. On construit ensuite d' à la verticale de d. La parallèle à (bc) contenant d coupe la droite $(b\omega)$ en a.

2. **a.** Dans un plan frontal les proportions sont respectées ; pour placer g et h on partage donc le segment en trois segments de même longueur.

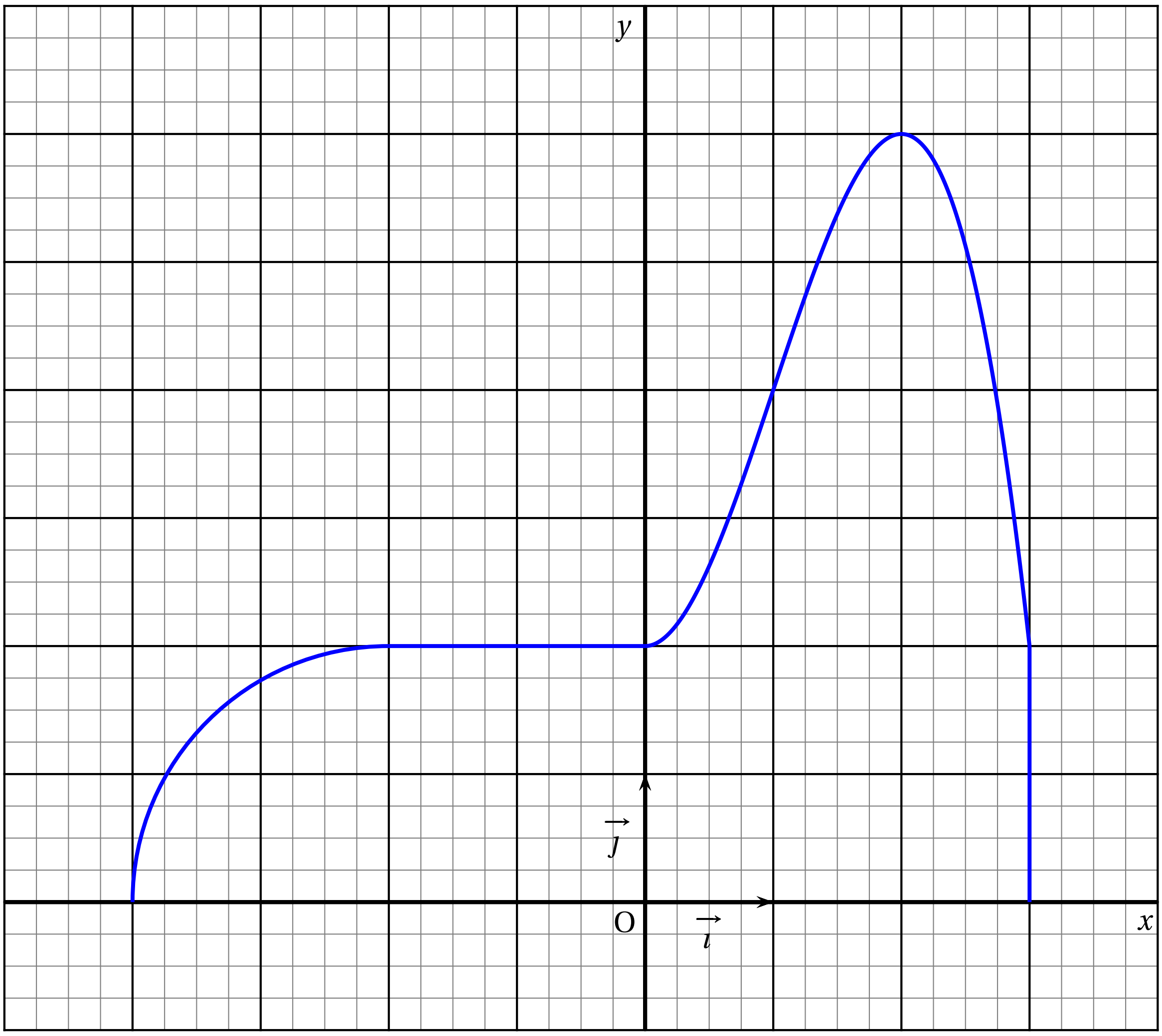
   b. Voir à la fin.

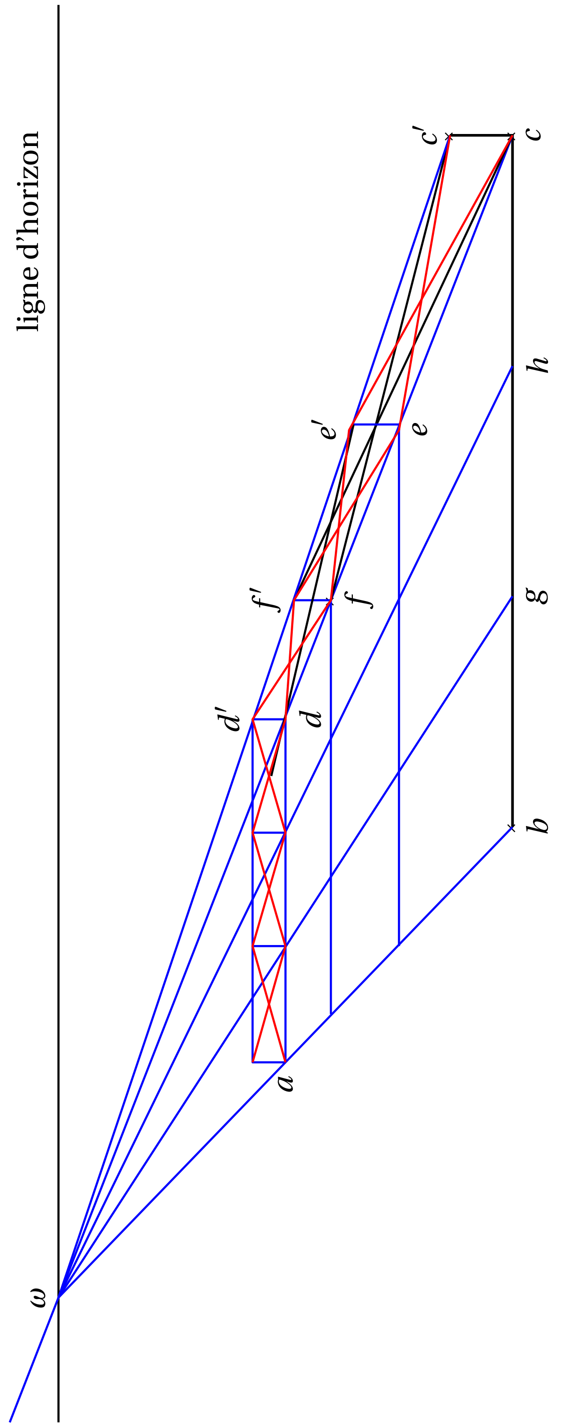
3. • CFF′C′ est un parallélogramme : en perspective centrale les diagonales (cf') et $(c'f)$ n'ont pas le même milieu contrairement à la perspective parallèle ;

   • en perspective centrale deux parallèles comme (AB) et (CD) sont représentées par des droites sécantes au point de fuite contrairement à la perspective parallèle où les parallèles sont représentées par des droites parallèles.

Annexe 1 (à remettre avec la copie)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	2	2,625	4	5,375	6	5,125	2





Annexe 2 (À remettre avec la copie)